

1903.

N. 6.

# ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

**VIERTE FOLGE.**

**BAND 11. HEFT 2.**

DER GANZEN REIHE 316. BANDES 2. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,  
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

**M. PLANCK**

HERAUSGEGEBEN VON

**PAUL DRUDE.**



LEIPZIG, 1903.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

ROSSPLATZ 17.

*Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 12 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 38 M.*

*(Ausgegeben am 14. Mai 1903.)*

## I n h a l t.

	Seite
1. Alfred Kalähne. Schallgeschwindigkeit und Verhältnis der spezifischen Wärmen der Luft bei hoher Temperatur . . . . .	225
2. Alfred Kalähne. Notiz über elektrische Widerstandsöfen . . . . .	257
3. A. H. Bucherer. Über den Einfluß der Erdbewegung auf die Intensität des Lichtes . . . . .	270
4. Paul Nordmeyer. Über den Einfluß der Erdbewegung auf die Verteilung der Intensität der Licht- und Wärmestrahlung . . . . .	284
5. Walther Schwarze. Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit von Argon und Helium nach der Methode von Schleiermacher . . . . .	303
6. J. Müller. Über Schallgeschwindigkeit in Röhren . . . . .	331
7. J. Wallot. Die Verwendung des Keilkompensators von Arago zur Messung der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten . . . . .	355
8. A. Korn und E. Strauss. Über die Strahlungen des radioaktiven Bleis . . . . .	397
9. W. Altberg. Über die Druckkräfte der Schallwellen und die absolute Messung der Schallintensität . . . . .	405
10. A. Eichenwald. Über die magnetischen Wirkungen bewegter Körper im elektrostatischen Felde . . . . .	421
11. Peter Lebedew. Über eine Abänderung des Rowland-Gilbertschen Versuches . . . . .	442
12. Hans Januschke. Über den Energieumsatz in der Mechanik . . . . .	445



Soeben wurde das erste Heft des ersten Jahrganges der neuen

### **Zeitschrift für wissenschaftliche Photographie, Photophysik und Photochemie,**

ausgegeben.

Die Zeitschrift wird unter besonderer Mitwirkung von Professor **H. Kayser** in Bonn herausgegeben von Dr. **Englisch-Stuttgart** und Dr. **Schaum-Marburg** und soll neben der eigentlichen wissenschaftlichen Photographie alle Erscheinungen, die mit der Physik und Chemie der Strahlung zusammenhängen, ganz besonders aber die Spektroskopie, in den Bereich ihrer Betrachtung ziehen. Abonnementspreis für den aus 12 Heften bestehenden Band 20 Mark.









# ANNALEN DER PHYSIK.

## VIERTE FOLGE. BAND 11.

### 1. Schallgeschwindigkeit und Verhältniss der spezifischen Wärmen der Luft bei hoher Temperatur; von Alfred Kalähne.

(Habilitationsschrift.)

Die sowohl praktisch als auch theoretisch wichtige Frage, wie sich das Verhältniss der spezifischen Wärmen eines Gases bei konstantem Druck und konstantem Volumen mit der Temperatur ändert, ist schon früher besonders von Kundt<sup>1)</sup> und Wüllner<sup>2)</sup> für einige Gase, darunter auch Luft, untersucht worden, jedoch nur bei verhältnismäßig niedriger Temperatur. Erst in neuester Zeit hat Herr Stevens<sup>3)</sup> auf Veranlassung von Quincke derartige Messungen mit Luft bis zu etwa 1000° ausgeführt, aus denen er auf eine beträchtliche Abnahme jenes Verhältnisses mit steigender Temperatur schließt. Nach seinen Messungen ist nämlich

$$\text{bei } 0^\circ \quad k = 1,4006,$$

$$\text{„ } 1000^\circ \quad k = 1,340,$$

wenn man wie üblich das Verhältniss der beiden Wärmen mit  $k$  bezeichnet.

Die von ihm benutzte Methode war die bekannte, in hoher Temperatur wohl allein brauchbare der Schallgeschwindigkeitsmessung, und zwar in einer von Quincke<sup>4)</sup> angegebenen und als akustisches Thermometer beschriebenen Form. Sie beruht darauf, daß in der Laplaceschen Formel für die Schallgeschwindigkeit  $V$  außer dem Druck  $p$  und der Dichte  $d$  des

1) A. Kundt, Pogg. Ann. 135. p. 553. 1868.

2) A. Wüllner, Wied. Ann. 4. p. 321. 1878.

3) E. H. Stevens, Inaug.-Diss. Heidelberg 1900; Ann. d. Phys. 7. p. 285. 1902; Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 3. p. 54. 1901.

4) G. Quincke, Wied. Ann. 63. p. 66. 1897.

Gases auch das Verhältniß  $k$  vorkommt, das man also aus ihr berechnen kann, wenn man jene Größen kennt. Es ist nämlich

$$(1) \quad V = \sqrt{\frac{p k}{d}}.$$

Indem man nach dem Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetz  $p$  und  $d$  durch ihre Werte bei  $0^\circ$  ausdrückt, erhält man

$$(2) \quad V = \sqrt{\frac{p_0 k (1 + \alpha t)}{d_0}},$$

worin  $\alpha$  der thermische Ausdehnungskoeffizient des Gases (für Luft 0,00376) und  $t$  die Temperatur in Celsiusgraden ist. Unter der Voraussetzung, daß  $k$  konstant ist, stellt der Ausdruck

$$V_0 = \sqrt{\frac{p_0 k}{d_0}}$$

die Schallgeschwindigkeit bei  $0^\circ$  dar, und man kann schreiben

$$(3) \quad V = V_0 \sqrt{1 + \alpha t}.$$

Die nach dieser Formel berechneten Werte von  $V$  waren nun alle größer als die beobachteten, was, wenn die Abweichungen nicht auf Beobachtungsfehlern beruhten, nur den Schluß zuließ, daß  $k$  mit steigender Temperatur abnimmt.

Daß derartige, im Sinne einer Verkleinerung der beobachteten  $V$  wirksamen Fehler in der Temperaturmessung vorhanden waren, erkannte ich bald nach Beendigung der Stevensschen Versuche bei einigen Messungen mit dem von ihm benutzten Thermoelement als wahrscheinlich. Zweifelhaft bleibt es, ob auch die akustischen Messungen trotz der großen auf sie verwandten Sorgfalt solche aufweisen. Auf jeden Fall ist aber bei Beurteilung der Resultate zu berücksichtigen, daß alle Fehler, welche bei der Bestimmung von  $V$  gemacht werden, mit dem doppelten Betrage in  $k$  eingehen, da dieses dem Quadrat der Schallgeschwindigkeit proportional ist.

Das von Stevens angewandte akustische Thermometer von Quincke besteht aus einer langen geraden, an einem Ende mit ebenem Boden verschlossenen „Interferenzröhre“ und einem etwas längeren, dünnwandigen „Hörrohr“ von bedeutend kleinerem Durchmesser, das in jener ruht und längs einer Skala parallel mit sich verschoben werden kann. Von seinem äußeren Ende führt ein dickwandiger weicher Kautschukschlauch

zum Ohr des Beobachters. Erzeugt man nun vor der Mündung der Interferenzröhre einen einfachen Ton durch Anschlagen einer Stimmgabel, so bilden sich im Innern durch Reflexion an dem ebenen Boden stehende Wellen aus, deren Länge mit Hilfe des Hörrohres gemessen wird. Liegt nämlich das innere Ende desselben an einem Schwingungsbauch, d. h. einer Stelle größter Elongation der Luftteilchen, so ist der Ton, den man vernimmt, sehr schwach oder sogar unter günstigen Umständen unhörbar. In jeder anderen Lage ist der Ton stärker. Indem man nun auf zwei solcher Tonminima — oder auch, was aber weniger gut ist, auf die zwischenliegenden Maxima — durch Verschieben des Hörrohres einstellt, erhält man aus der Größe der Verschiebung direkt die halbe Wellenlänge des Tones, und somit, wenn dessen Schwingungszahl bekannt ist, die Schallgeschwindigkeit in der Röhre. In Bezug auf die technische Einrichtung des Apparates im einzelnen muß ich auf die Stevenssche Dissertation verweisen.

Damit man zwei Minimalstellen im Rohr hat, muß dasselbe, da am Boden ein Maximum liegt, jedenfalls länger sein als  $\frac{3}{4}$  Wellenlängen. Da nun andererseits die Wellenlänge der Töne, welche man mit *langsam* abklingenden Stimmgabeln erzeugen kann, ziemlich groß ist, so müssen auch die Dimensionen des Interferenzrohres recht beträchtlich sein. Stevens hat Röhren von 150 cm Länge und einer Weite zwischen 2 und 4 cm benutzt. Diese Länge genügte aber bei höheren Temperaturen nur knapp, und dabei mußte schon eine Stimmgabel von 600 Schwingungen in der Sekunde genommen werden, die bereits verhältnismäßig rasch abklang. Schwerer wiegt jedoch der Umstand, daß es bei diesen Dimensionen große Schwierigkeiten macht, die nötige Rohrlänge auf ein und dieselbe Temperatur zu erhitzen und diese längere Zeit konstant zu halten. Auch die elektrische Heizung mittels einer um die Röhre gewickelten Nickeldrahtspirale ist schon recht unbequem und erfordert große Mittel. Verfügt man nicht über eine unabhängige Akkumulatornbatterie von genügender Spannung und Kapazität, so ist es gar nicht möglich, die nötige Konstanz der Temperatur zu erreichen. Stevens sagt über die Temperaturverteilung längs des Rohres, sie sei nicht so gleichmäßig gewesen, wie man hätte wünschen können. Nähere Angaben über die Größe

der örtlichen Schwankungen macht er leider nicht, die zeitlichen bespricht er gar nicht. Man kann daher auch nicht einmal vermutungsweise sagen, ob hieraus beträchtliche Fehler in den Resultaten entstehen konnten.

Dies bezieht sich übrigens nur auf die kurze Mitteilung in den *Verhandlungen der Deutschen physikalischen Gesellschaft*. Denn die in der Dissertation mitgeteilten Werte sind nicht mit elektrisch geheizten Öfen gewonnen worden, sondern die Interferenzröhre wurde in einem Kohlenofen erhitzt. Hier war es erst recht schwer, die Temperatur konstant zu halten; auch konnte nur ein so kurzes Stück erhitzt werden, daß lediglich die Viertelwellenlänge zu messen war, d. h. die Entfernung des ersten Minimums vom Boden der Röhre. Die Unsicherheit dieser Messung ist um so größer, als sich aus den Beobachtungen bei niedrigerer Temperatur ergeben hatte, daß diese Entfernung größer ist als die halbe Entfernung der beiden ersten Minima voneinander, im übrigen auch größere Schwankungen zeigt als diese. Das Verhältnis der beiden Längen war bei  $20^{\circ}$  etwa 0,510, bei  $500^{\circ}$  0,504, woraus der Schluß gezogen wurde, daß es sich mit steigender Temperatur dem Wert 0,500 als Grenzwert näherte, der für  $1000^{\circ}$  als erreicht angenommen wurde. Natürlich ist diese Annahme unsicher, schien aber durch die späteren Versuche mit elektrischer Heizung bestätigt zu werden, da hier die Messung der halben Wellenlänge zu denselben Resultaten führte.

Noch eine andere Fehlerquelle ist zu berücksichtigen, die auch Stevens anführt und die der Methode an sich anhaftet, während die bisher besprochenen nur in Nebenumständen zu suchen sind. Er sagt darüber im § 7 seiner Dissertation:

„Auch begegnete ich einer Schwierigkeit, die öfters auftrat und mir ziemlich viel Mühe machte, daß nämlich die Stellen des Tonminimums von der Lage des Kopfes des Beobachters abhingen und zwar in verschiedener Weise für verschiedene Minimalstellen, sodaß selbst auf die Differenz solcher Ablesungen eine Wirkung ausgeübt wurde, wenn auch in geringem Maße. Es ist mir nicht gelungen eine vollständige Erklärung dieser sonderbaren Wirkung aufzufinden, obwohl dieselbe manchmal überraschend stark war und sogar bei einem Minimum unter Umständen 10 mm betrug.“

Die Erscheinung verschwindet fast ganz, wenn man den Kopf so hält, daß beide Ohren in einer Interferenzfläche der Stimmgabel liegen; sie scheint demnach, wie Stevens meint, auf der Interferenz der durch die Luft von der Stimmgabel direkt zum Ohr gelangenden Wellen mit den aus dem Hörrohr kommenden zu beruhen und wird daher um so stärker zur Geltung kommen, je schwächer der aus dem Interferenzrohr kommende Ton ist, verglichen mit dem Ton der Stimmgabel. Die Verhältnisse gestalten sich also um so ungünstiger, je geringer die Dichte des Gases im Rohr gegen die der äußeren Luft ist, weil diese dann weniger leicht und stark in Mitschwingung versetzt wird. Letzteres trifft in der Tat zu; denn je heißer die Luft im Interferenzrohr ist, um so schwächer ist der Ton im Hörrohr, um so schwieriger die Einstellung auf das Minimum, wie ich mich selbst überzeugt habe.

Man muß annehmen, daß Hr. Stevens diese Fehlerquelle, welche die Methode leider etwas subjektiv erscheinen läßt, vollkommen berücksichtigt und unschädlich gemacht hat. Ob die Methode, von dieser Unsicherheit abgesehen, völlig einwandfrei ist, soll hier nicht weiter erörtert werden. Doch scheint nach den bisherigen Erfahrungen der akustische Teil der Stevensschen Messungen keinen Bedenken zu unterliegen. Anders ist es, wie schon gesagt, mit dem thermometrischen.

Zur Temperaturmessung wurde ein Le Chateliersches Thermoelement aus Platin und einer 10 proz. Platin-Rhodiumlegierung nach den Angaben von Holborn und Wien <sup>1)</sup> benutzt, zu welchem der 0,2 mm dicke Draht von Heräus in *Hanau* bezogen war. Die elektromotorische Kraft zwischen der erhitzten und den kalten, auf Zimmertemperatur befindlichen Lötstellen, welche die beiden Drähte mit Kupferdrähten verbanden, wurde nach dem bekannten Kompensationsverfahren von Poggendorff-Du Bois-Reymond durch Vergleich mit einem Normalclarkelement bestimmt. Hierbei war nur das Verhältnis zweier Widerstände zu messen, was leicht und sicher bis auf 1 pro mille auszuführen ist. Mit demselben Grade der Genauigkeit ist bei Einhaltung der nötigen Vorsichtsmaßregeln die elektromotorische Kraft des Clarkelementes bekannt, sodaß

1) L. Holborn u. W. Wien, Wied. Ann. 47. p. 128. 1892; 56 p. 395. 1895.

die elektrische Messung einwandfrei zu sein scheint. Die genaue Beschreibung des Verfahrens, das ich ebenfalls mit denselben Apparaten bei den gleich zu erwähnenden Kontrollmessungen angewandt habe, findet sich in Stevens Dissertation. Aus der elektromotorischen Kraft wurde die Temperatur der heißen Lötstelle berechnet auf Grund einer Aichungstabelle der *Phys.-Techn. Reichsanstalt*, welche das Element nach seinem Gebrauch durch Vergleichung mit einem ihrer Normalthermoelemente aichte. Diese von der Reichsanstalt gelieferten Werte liegen allen von Stevens veröffentlichten Resultaten zu Grunde.

Leider war aber, wie ich bald erkannte, die Aichung mit großen Fehlern behaftet. Den ersten Hinweis darauf lieferten mir Beobachtungen <sup>1)</sup> der elektromotorischen Kraft des Thermoelementes, welche ich bei der Temperatur des siedenden Schwefels machte. Die nach der Aichungstabelle berechnete Siedetemperatur war um etwa  $12^{\circ}$  höher als sie nach den Messungen von Harker und Chappuis <sup>2)</sup>, sowie von Callendar <sup>3)</sup> und Griffiths <sup>4)</sup> sein sollte ( $444,5^{\circ}$  bei 760 mm Quecksilberdruck). Durch Vergleichung des Stevensschen Elementes mit einem neuerdings auf Grund der Holborn-Dayschen <sup>5)</sup> Messungen von der Reichsanstalt geaichten fand ich diese Differenz bestätigt, und es zeigte sich, daß das Stevenssche Element, nach der alten Tabelle gerechnet, bei  $1000^{\circ}$  die Temperatur um etwa  $27^{\circ}$  zu hoch angab. Damit verschwindet ein Teil (etwa 2 Proz.) der ca. 4 Proz. betragenden Verkleinerung, welche  $k$  bei  $1000^{\circ}$  gegenüber dem Werte bei  $0^{\circ}$  erleiden sollte. Es bleibt noch eine Verkleinerung von etwa 2 Proz. übrig, und es handelt sich darum zu entscheiden, ob

1) Diese Beobachtungen, welche ich unter Heranziehung anderer Thermoelemente aus einer neuen Drahtsendung mit mannigfach geänderten Versuchsbedingungen anstellte, um den Grund der Abweichung zu entdecken, den ich zunächst in einer Veränderung des Stevensschen Elementes suchte, habe ich nicht veröffentlicht. Sie sind aber durch Hrn. Geh. Rat Quincke der Reichsanstalt mitgeteilt worden.

2) J. A. Harker u. P. Chappuis, Beibl. 23. p. 962. 1899; Phil. Mag. (6) 3. p. 246. 1902.

3) H. L. Callendar, Beibl. 23. p. 962. 1899; Phil. Mag. (5) 47. p. 198. 1899.

4) H. L. Callendar u. E. H. Griffiths, Phil. Trans. Roy. Soc. 182. A. p. 43. 1891.

5) L. Holborn u. A. Day, Ann. d. Phys. 2. p. 505. 1900.



diese ebenfalls ganz oder teilweise durch Beobachtungsfehler zu erklären ist.

Die fehlerhafte Aichung in der Reichsanstalt war dadurch entstanden, daß das zur Vergleichung benutzte Holborn-Wien-sche Normalthermoelement sich durch Aufnahme von Silicium etc. im Lauf der Zeit geändert hatte.<sup>1)</sup> Der schädliche Einfluß dieses Stoffes sowie auch der Flammengase war erst später erkannt und daher bei der Aichung nicht berücksichtigt worden. Ähnliche Veränderungen konnten nun auch bei dem Stevensschen Element stattgefunden haben, da bei den ersten Versuchen das Interferenzrohr in einem Kohlenofen erhitzt wurde, wobei — wenigstens als ein poröses Chamotterrohr benutzt wurde — Flammengase ins Innere eindringen. Die hierdurch bewirkte Änderung der elektromotorischen Kraft kann bei dem späteren Ausglühen in elektrisch geheizten Öfen ganz oder teilweise wieder zurückgegangen sein, sodaß das Element bei der Aichung vielleicht gar nicht mehr die Beschaffenheit hatte wie bei den Messungen. Es fehlt aber jeder Anhalt dafür, ob und in welchem Betrage eine solche Veränderung des Elementes stattgefunden hat, weil dasselbe nicht von Zeit zu Zeit mit einem Normalelement verglichen worden ist. Daher muß die Temperaturmessung auch abgesehen von den Fehlern der Aichung als sehr unsicher bezeichnet werden.

#### **Prinzip der Methode.**

Eine Wiederholung der Versuche mit Berücksichtigung der dabei gesammelten Erfahrungen schien nötig. Insbesondere war es wünschenswert Apparate von kleineren Dimensionen anwenden zu können, damit die oben geschilderten Übelstände bei der Heizung wegfielen oder wenigstens gemildert wurden. Dies Verlangen führte mit Notwendigkeit auf die Benutzung hoher Töne mit kurzer Wellenlänge. Die Kundtsche Methode der Staubfiguren, welche mit sehr hohen Tönen arbeitet, wäre deshalb geeignet, wenn ihre Anwendung nicht auf große Hindernisse stieße. Abgesehen von der Schwierigkeit, ein hinreichend leichtes feuerfestes Pulver für die Staubfiguren zu finden, ist es vor allem die Unmöglichkeit, die Figuren in jedem Augen-

1) Vgl. L. Holborn u. A. Day, *Ann. d. Phys.* 2. p. 543. 1900.

blick zu beobachten wegen der Undurchsichtigkeit des für die Röhren zu verwendenden Materials, als welches hauptsächlich Porzellan und ähnliche Stoffe in Betracht kommen. Ich habe deshalb auf eine Methode zurückgegriffen, deren Prinzip von Quincke<sup>1)</sup> angegeben, und die später von Seebeck<sup>2)</sup> und in etwas geänderter Form von Low<sup>3)</sup> benutzt worden ist, und sie so umgestaltet, daß sie für Glühtemperaturen brauchbar ist. Man kann sie im Gegensatz zu der Stevensschen Interferenzmethode als „Resonanzmethode“ bezeichnen. Ihr Prinzip, das durch die in Fig. 1 gegebene schematische Darstellung des Apparates erläutert wird, ist das folgende: In einer geraden, beiderseits offenen Röhre  $AB$  ist ein Stempel  $S$  verschiebbar, der den Querschnitt der Röhre nahezu ausfüllt und so eine Luftsäule von variabler Länge abschließt, die von der Mündung

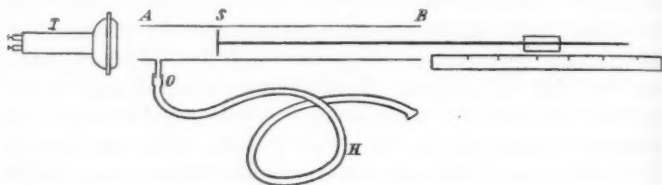


Fig. 1.

des Rohres bis zum Stempel reicht. Treten von der vor der Mündung des Rohres angebrachten Schallquelle  $T$  Wellen in diese ein, so wird die Luftsäule in stehende Schwingungen versetzt. Durch Veränderung der Länge der schwingenden Luftsäule läßt sich dieselbe auf den einfallenden Ton abstimmen, und man erhält bei bestimmten Lagen des Stempels, deren gegenseitige Entfernung jedesmal gleich der halben Wellenlänge des Tones ist, scharf ausgeprägte Maxima des Mitschwingens. Dazwischen liegen die Minima, auf die sich aber im allgemeinen nicht so gut einstellen läßt. Man hört das Anschwellen des Tones bei Annäherung des Stempels an die Maximumstellung schon deutlich, wenn das Ohr sich nur in der Nähe der Resonanzröhre befindet. Noch schärfer wird die Einstellung,

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 128. p. 190. 1866.

2) A. Seebeck, Pogg. Ann. 139. p. 104. 1870.

3) J. W. Low, Wied. Ann. 52. p. 641. 1894.

wenn man die Schwingungen durch eine nahe der Mündung der Röhre angebrachte Seitenöffnung *O* mittels des Kautschukschlauches *H* zum Ohre leitet. Störende Wirkungen von seiten solcher Wellen, die direkt von der Tonquelle durch die Luft zum Ohr gelangen, sind hier nicht zu fürchten, da der Kopf des Beobachters samt dem Hörschlauch immer in derselben Stellung bleibt, und nicht das Minimum, sondern das Maximum beobachtet wird.

Es galt nun die Apparate so einzurichten, daß die Methode für hohe Temperaturen brauchbar wird. Dies gelang leicht, indem alle Teile, die erhitzt werden mußten — Resonanzröhre und verschiebbarer Stempel mit Schaft —, aus Porzellan gemacht wurden. Low hatte seine Röhre vertikal gestellt und statt des Stempels eine Sperrflüssigkeit benutzt, Seebeck nahm einen dicht schließenden Stempel. Keins von beiden war hier brauchbar. Der Stempel mußte sogar mit ziemlich großem Spielraum gleiten, da die Gestalt und Größe des Röhrenquerschnitts etwas variierte. Jede Berührung der Stempelscheibe mit der Wand erzeugte aber ein Kratzen oder Quietschen, welches die Beobachtung störte oder ganz verhinderte. Deshalb durfte dieselbe auch nicht auf dem Boden der horizontal gelagerten Röhre aufliegen, sondern mußte frei in der Mitte schweben. Das wurde folgendermaßen erreicht. Dicht hinter der Stempelscheibe wurden, wie Fig. 2 zeigt, zwei rechteckige Plättchen aus starkem Glimmer zu beiden Seiten des Stempelschaftes mit Platindraht festgebunden. Damit der Glimmer nicht von dem Draht durchgedrückt wird, sind außen

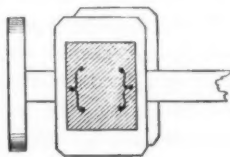


Fig. 2.

Platten aus Platinblech (in der Figur schraffiert) vorgelegt. Die Glimmerplatten, welche wie Schlittenkufen wirken, sind etwas breiter als die Stempelscheibe, aber so, daß der Stempel ohne zu klemmen leicht verschoben werden kann. Die Verschiebung ist absolut geräuschlos, besonders in glasierten Röhren. Nur sind diese oberhalb 900° nicht mehr brauchbar, weil der Schlitten an der weichwerdenden Glasur festklebt. Aus diesem Grunde konnte ich die Versuche leider nur bis zu dieser Temperatur ausdehnen.

Eine andere wesentliche Änderung betrifft die Tonquelle. Statt der sonst benutzten Stimmgabel habe ich ein Telephon<sup>1)</sup> gebraucht, dessen Membran durch einen von einem elektromagnetischen Saitenunterbrecher mit großer Regelmäßigkeit unterbrochenen Strom in Bewegung gehalten wurde. Dadurch fällt zunächst das lästige Anstreichen oder Anschlagen der Stimmgabel weg, außerdem aber auch die Schwierigkeit, welche die Einstellung bei schnellem Abklingen der Gabel bietet. Um die Tonhöhe genau einhalten zu können, habe ich eine Unterbrechungszahl von ca. 1024 pro Sek. benutzt, welche leicht mit einer im hiesigen Institut vorhandenen Königschen Stimmgabel kontrolliert werden konnte. Beobachtet wurde jedoch nicht mit diesem Ton, dessen halbe Wellenlänge in Luft bei 20° ca. 167 mm beträgt, sondern der genaueren Einstellung wegen mit den Obertönen, welche außer dem Grundton ziemlich stark vorhanden sind. Indem durch Einschaltung einer Quinckeschen Interferenzröhre in den Hörschlauch der Grundton und die tieferen Obertöne ausgelöscht wurden, blieben zwei sehr hohe Obertöne übrig, von denen aber meist der eine viel schwächer war als der andere, sodaß sie sich gegenseitig nicht störten. Besser wäre es freilich gewesen, einen Grundton von höherer Schwingungszahl zu benutzen, doch ließ sich die Saite des Unterbrechers nicht weiter verkürzen, und stärkere Spannung bewirkte nur eine verhältnismäßig geringe Tonerhöhung, erschwerte aber die Unterhaltung der Schwingungen, weil der Strom stärker genommen werden mußte und alsdann die Saite zu sehr erwärmte. Bevor ich jedoch auf weitere Einzelheiten eingehe, will ich zunächst den Unterbrecher sowie die ganze Versuchsanordnung genauer beschreiben.

#### Versuchsanordnung.

Der Unterbrecher ist dem von Pupin<sup>2)</sup> beschriebenen nachgebildet und von Hrn. Universitätsmechaniker W. Oehmke in Berlin angefertigt worden. In der nach einer Photographie

1) Ein Telephon wendet auch Hr. K. E. F. Schmidt (Ann. d. Phys. 7. p. 225. 1902) als Tonquelle an, um aus den mit demselben Resonanzapparat gemessenen akustischen Wellenlängen die Frequenz langsamer elektrischer Schwingungen zu bestimmen.

2) M. J. Pupin, Sill. Amer. Journ. (3) 45. p. 325. 1893.

hergestellten Abbildung der Versuchsanordnung auf p. 238 ist er im Hintergrunde auf der Wandkonsole sichtbar. Seine Wirkungsweise beruht wie die des später von Arons<sup>1)</sup> beschriebenen, im übrigen ganz gleichen Unterbrechers auf der mechanischen Einwirkung eines magnetischen Feldes auf einen stromdurchflossenen Leiter, die bekanntlich in einer bewegendenden Kraft senkrecht zu den Kraftlinien des Feldes und zur Stromrichtung besteht. Über einen festen, 44 cm langen, 6 cm breiten und 7,5 cm hohen Holzrahmen ist eine von zwei Ebonitstegen gestützte Metallsaite gespannt, deren eines Ende fest ist, während das andere wie bei dem Wienschen<sup>2)</sup> Unterbrecher an einem Hebel mit Schraube angebracht ist, mittels dessen ihre Spannung in weiten Grenzen variiert werden kann. Die Saite schwingt zwischen den Polen zweier Stahlmagnete, welche etwa 8 cm von der Mitte entfernt auf der Grundplatte des Rahmens befestigt sind, und zwar so, daß ihre Pole nach entgegengesetzten Richtungen weisen. Zur Erzeugung starker Felder sind die Polschuhe zugeschärft; die Polflächen, zwischen denen die Saite schwingt, bilden schmale Rechtecke von etwa 0,5 mm Höhe und 15 mm Breite. Aus demselben Grunde beträgt der zwischen ihnen bleibende Luftraum nur etwa 3 mm. Wird die Saite von einem elektrischen Strom durchflossen, so erleidet sie einen Antrieb nach oben oder unten, je nach der Richtung des Stromes. Zur Stromzuführung dienen drei dünne an die Saite angelötete Platindrähte, einer in der Mitte, die beiden anderen außen dicht neben den Magneten. Alle drei tauchen in Quecksilbernäpfchen, von denen die beiden äußeren mit Mikrometerschrauben gehoben und gesenkt werden können. Das mittlere Näpfchen wird mit dem einen, die beiden äußeren mit dem anderen Pol einer Stromquelle verbunden unter Vorschaltung von Widerstand. Die Stromrichtung — und Stellung der Magnetpole — ist so zu wählen, daß bei Stromschluß die Saite nach oben getrieben wird, sodaß die äußeren Platinstifte das Quecksilber verlassen und der Strom unterbrochen wird. Bei passender Spannung, die übrigens bei meinen Versuchen ziemlich hoch war, schwingt die Saite so, daß sie in der Mitte

1) L. Arons, Wied. Ann. **66**. p. 1177. 1898; **67**. p. 682. 1899.

2) M. Wien, Wied. Ann. **44**. p. 688. 1891.

einen Knoten besitzt. Der mittlere Platinstift bleibt also in Ruhe, während an den äußeren immer abwechselnd der Strom unterbrochen und geschlossen wird, sodaß die beiden Saitenhälften abwechselnd stromlos und stromführend sind. Ist alles genau eingestellt, vor allem die Höhe der Quecksilberkuppen, so genügt zum dauernden Betrieb die eine Saitenhälfte; man kann daher in den Stromkreis der anderen beliebig Widerstand einschalten. Ich habe den Unterbrecher in dieser Weise benutzt, indem ich in den zweiten Stromkreis das Telephon nebst Widerstand zur Regulierung der Tonstärke einschaltete.

Um hohe Töne zu geben, mußte der Draht möglichst leicht, also dünn und stark gespannt sein. Stahldraht von etwa 0,2 mm Dicke erwies sich dazu am besten. Er hat zwar den Nachteil hohen spezifischen Widerstandes und erwärmt sich deshalb merklich, hielt aber allein die nötige Spannung aus, während Messingdraht und noch mehr Kupferdraht zerriß. Drähte aus leichterem Material, etwa Aluminium, die ja bei gleicher Tonhöhe geringere Spannung nötig hätten, bieten wenig Vorteil, weil die Platinstiftchen schon einen erheblichen Teil des Saitengewichtes ausmachen, sodaß das Gewicht im ganzen nur wenig verringert werden kann. Kontaktstifte aus Kupfer- oder Messingdraht bewährten sich nicht wegen der Schwänzebildung mit dem Quecksilber.

Trotz der Erwärmung des Drahtes durch den Strom funktionierte der Unterbrecher, wie durch Zählung der Schwebungen mit einer Stimmgabel leicht zu konstatieren war, sehr regelmäßig, wenn man nur dafür sorgte, daß die Entfernung zwischen Platinstift und Quecksilberkuppe, die durch Abbrennen und Zerstäuben allmählich wächst, die gleiche bleibt. Außerdem muß der über dem Quecksilber befindliche Alkohol öfter — etwa alle 10 bis 15 Min. — mit einer kleinen Tropfpipette aufgefüllt werden. Um das Abbrennen des Platindrahtes und die Verschmutzung des Quecksilbers möglichst zu verhüten, ist es zweckmäßig, den Unterbrechungsfunkten durch Parallelschaltung eines großen induktionsfreien Widerstandes oder eines kleinen Kondensators zur Funkenstrecke zu verkleinern. Ich benutzte einen Stöpselkondensator von etwa 0,02 Mikrof., wie solche bei der Widerstandsmessung

von Elektrolyten mit Wechselstrom angewandt werden. Den Funken ganz zu beseitigen ist nicht vorteilhaft. Wahrscheinlich werden durch die kleinen Explosionen die oxydierten Teilchen weggefeigt und die Berührungsstelle dadurch sauber erhalten.

Zum Betrieb genügt ein Akkumulator; besser ist jedoch eine höhere Spannung, von der dünne, schlechtleitende Schichten, die sich auf der Quecksilberoberfläche bilden können, leichter durchbrochen werden. Ich habe 4 Volt (2 Akkumulatoren) mit 5 Ohm Vorschaltwiderstand benutzt.

Unbedingt nötig zum sicheren Funktionieren ist möglichst unveränderliche Temperatur der Umgebung und Erschütterungsfreiheit. Aus letzterem Grunde wurde der Unterbrecher auf einer Wandkonsole aufgestellt, wo er vor den Erschütterungen des Fußbodens geschützt war. Durch passend angebrachte Schirme wurde die Strahlung des heißen Interferenzrohres und der Vorschaltwiderstände abgehalten.

Die Aufstellung der Resonanzröhre mit den zugehörigen Apparaten ist aus der Abbildung Fig. 3 zu ersehen. Man erkennt links die Resonanzröhre aus Porzellan von 72 cm Länge, 2,8 cm äußerem und 2,0 cm innerem Durchmesser, die als elektrischer Ofen eingerichtet ist. Dazu ist sie mit einer Nickeldrahtspirale umwickelt, deren Enden mit den auf der Abbildung sichtbaren Leitungsdrähten verbunden sind, welche zu den Polen einer Akkumulatorenbatterie von ca. 65 Volt führen. In den Stromkreis ist ein Regulierwiderstand und ein Präzisionsampèremeter von Siemens & Halske eingeschaltet; ein ebensolches Voltmeter liegt im Nebenschluß zu der Heizspirale, sodaß in jedem Augenblicke Stromstärke und Spannung und damit die im Ofen verbrauchte Energiemenge gemessen werden kann. Der Widerstand der Spirale betrug kalt etwa 1,2 Ohm, die Stromstärke schwankte zwischen 8 Amp. und 13 Amp. Bei dem zweiten außer diesem benutzten Ofen sind diese Werte etwa 2,0 Ohm, 5—8 Amp. Zur Vermeidung des Wärmeverlustes ist die Röhre mit zwei Lagen Asbestschnur von 5 mm Dicke umwickelt, deren unterste zugleich auch die Windungen des Nickeldrahtes gegeneinander isoliert. Um diese Schicht sind dann noch zwei Messingrohre von 40 und

60 mm Weite gelegt. Die auf der Abbildung sichtbare Umwicklung des äußeren Messingmantels mit Asbestschnur geschah deshalb, weil die Temperatur in der Mitte des Heizrohres höher war als an den Enden. Das Rohr ruht in zwei Gabeln, die aus starken eisernen Spiegelösen durch Ausfeilen hergestellt und an den Enden eines schmalen Grundbrettes von passender Länge befestigt sind.

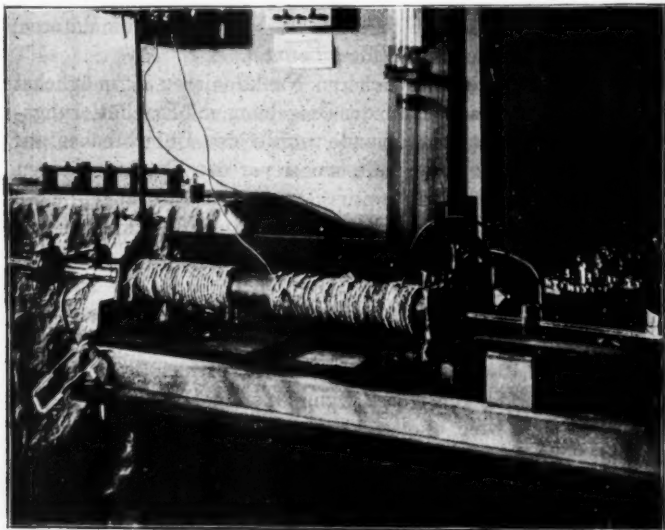


Fig. 3.

Der ganze Apparat steht auf einem starken, glattgehobelten Balken, der auf dem zum Teil sichtbaren Tisch ruht. Derselbe Balken trägt — rechts vorn — die Schiene, auf welcher der verschiebbare Stempel längs einer hölzernen Skala gleitet. Man sieht den weißen Stempelschaft, eine dünne Porzellanröhre, die an ihrem vorderen in der Resonanzröhre verborgenen Ende die Scheibe — ebenfalls aus Porzellan — trägt. Das äußere Ende steckt fest in einem Kork, der auf ein mit Index versehenes Glasplättchen aufge kittet, welches neben der Holzskala entlang gleitet. Die Verschiebung ist sehr sanft, die Ablesung ohne Mühe bis auf ein Zehntelmillimeter genau.



Links ist dicht vor der Mündung der Röhre das Telephon, ein gewöhnliches Hörtelephon von Siemens & Halske, in einer Stativklammer befestigt. Als Mündung dient ein gläserner Rohrstutzen von genau gleicher Weite und Wandstärke wie das Porzellanrohr. Die glattgeschliffenen Endflächen beider schließen dicht aneinander, und eine federnde Messinghülse, die außerdem noch mit Draht zusammengebunden ist, hält den Stutzen unverrückt in seiner Lage fest.

Etwa 30 mm vom Ende entfernt ist ein kurzes, 5 mm weites Seitenrohr am Stutzen angeschmolzen, auf welches das Ende des Hörschlauches geschoben wird. Diese Entfernung hat sich durch Probieren als zweckmäßig herausgestellt, indem dabei die Intensität der zur Messung benutzten Obertöne am größten war. In den Hörschlauch aus dickwandigem Kautschuk ist, wie die Figur zeigt, eine Quinckesche Interferenzröhre aus Glas und Kautschuk eingesetzt, deren einer Schenkel ca. 200 mm länger ist als der andere, d. h. etwas mehr als die halbe Wellenlänge des Grundtones, um diesen (und die tieferen Obertöne) auszulöschen oder wenigstens möglichst zu schwächen. Die Länge des Schlauches, der vorn ein in den äußeren Gehörgang passendes Ansatzstück aus Hartgummi trägt, ist von großem Einfluß auf die relative Intensität der verschiedenen Obertöne. Durch Ausprobieren wurde auch hier die passende Länge gefunden. Die Gesamtlänge der Luftstrecke von der Wand des Resonanzrohres bis zum Ohr beträgt etwa 130 cm.

Außer diesem 20 mm weiten Rohr, das mit II bezeichnet werden soll, benutzte ich noch ein anderes Rohr I, dessen Dimensionen sind: Länge 60 cm, lichte Weite 12,5 mm, Wanddicke 2 mm. Der Stempel bestand aus einem 3 mm dicken Porzellanstab, der aus vier Stücken von je 15 cm Länge im Leuchtgas-Sauerstoffgebläse zusammengesetzt war und vorn eine 3 mm dicke Scheibe aus Porzellan trug. Diese war in der Mitte durchbohrt und auf das vordere Ende des Stabes mit Chamotte aufgekittet. In der Gebläseflamme erhitzt, hielt diese Kittung vollkommen fest. Der Stempelschaft des weiten Rohres II bestand aus einer dünnwandigen Porzellanröhre, in welche die mit kurzem Stiel versehene Stempelscheibe mit etwas Asbestschnur umwickelt eingesetzt war. Längs des

Schaftes war das zur Temperaturmessung benutzte Thermo-  
element mit Platindraht durch ausgeglühte Asbestpappe isoliert  
befestigt. Seine Lötstelle lag dicht hinter der Scheibe.

Die Verwendung zweier Röhren war erforderlich zur  
Extrapolation der beobachteten Werte der Schallgeschwindig-  
keit bez. Wellenlänge auf unendlich großen Rohrdurchmesser.  
Wegen des Einflusses der Röhrenwand sind beide nämlich  
kleiner als im freien Luftraum. Kirchhoff<sup>1)</sup> hat die Kor-  
rektur theoretisch behandelt und durch eine Formel dar-  
gestellt, welche den Röhrenhalbmesser  $r$ , die Schwingungszahl  
des Tones  $n$  und eine Konstante  $\gamma$  enthält, in welche die  
Koeffizienten der Wärmeleitfähigkeit und der inneren Reibung  
des Gases eingehen. Mit Benutzung dieser Korrektionsformel  
erhält man die Schallgeschwindigkeit im unbegrenzten Luft-  
raum, wenn man sie in einer Röhre vom Halbmesser  $r$  ge-  
messen hat. Besser ist es jedoch, wie Stevens getan hat,  
da  $\gamma$  nur ungenau bekannt ist, die Schallgeschwindigkeit in  
zwei verschieden weiten Röhren zu messen und mit Hülfe der  
Kirchhoffschen Formel unter Elimination von  $n$  und  $\gamma$  den  
Wert für unendlich großen Röhrendurchmesser aus jenen beiden  
zu extrapolieren.

#### Die Temperaturmessung.

Hinter dem Resonanzrohr stehen auf dem Tisch — während  
der Beobachtungen durch Schirme gegen die Strahlung ge-  
schützt — das Präzisionsvoltmeter und Ampèremeter für den  
Heizstrom. Rechts erblickt man einen Teil des Kompensations-  
apparates zur Messung der elektromotorischen Kraft des  
Le Chatelierschen Thermoelementes. Der von Siemens  
& Halske nach den Angaben von Lindeck angefertigte  
Apparat enthält zwei Widerstandsätze, welche mit einem  
Präzisionsmilliampèremeter in den Stromkreis eines Akkumu-  
lators eingeschaltet werden, und von denen der eine — ein  
Kurbelwiderstand — zur Regulierung der Stromstärke dient.  
Er besteht aus drei Dekadenwiderständen von je 1, 10 und  
100 Ohm und einem Schleifdraht zur kontinuierlichen Variation  
des Widerstandes. Der andere enthält Präzisionswiderstände  
von 0,05 und 0,1 Ohm, an deren Enden die zu messende

1) G. Kirchhoff, Pogg. Ann. 134. p. 177. 1868.

elektromotorische Kraft, hier also die Enden des Thermoelementes, unter Zwischenschaltung eines empfindlichen Galvanoskopes angelegt wird. Als solches dient ein auf derselben Grundplatte befestigtes Präzisionsmillivoltmeter, dessen Widerstand ca. 151 Ohm beträgt, und bei dem 1 Skt. Ausschlag  $0,67 \cdot 10^{-6}$  Amp. entspricht. Beide Instrumente sind nach dem Deprez-d'Arsonvalschen Prinzip gebaut, das übrigens zuerst von W. Thomson angewandt worden ist, und deshalb unempfindlich gegen magnetische Störungen. Ist der Widerstand des Schließungskreises, in welchem das Millivoltmeter liegt, klein gegen den Widerstand des letzteren, so bewirkt die elektromotorische Kraft  $100 \cdot 10^{-6}$  Volt 1 Skt. Ausschlag. Da die elektromotorische Kraft des nach dem Vorgange der

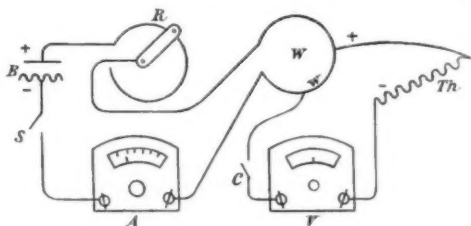


Fig. 4.

Phys.-Techn. Reichsanstalt gebräuchlichen Thermoelementes aus Platin und einer 10 proz. Platinrhodiumlegierung pro  $1^\circ$  Temperaturdifferenz zwischen  $8 \cdot 10^{-6}$  und  $9 \cdot 10^{-6}$  Volt liegt, so entspricht 1 Skt. Ausschlag etwa  $11-12^\circ$  Temperaturdifferenz. Die Einstellung läßt sich bei der beträchtlichen Größe der Skalenteile unter Benutzung eines Stromwenders genauer als bis auf  $\frac{1}{20}$  Skt. ausführen, sodaß der mögliche Fehler bei der Einstellung etwa  $0,5^\circ$  betragen kann. Viel eher findet die Genauigkeit der Messung eine Grenze bei der Ablesung der Stromstärke am Milliampèremeter.

Das Schema des Apparates zeigt Fig. 4, aus der zugleich die Lage der einzelnen Teile ersichtlich ist. *B* ist die Batterie — ein oder zwei Akkumulatoren —, *R* der Kurbelregulierungswiderstand, *W* der Präzisionswiderstand, *A* das Milliampèremeter, *S* ein Stromschlüssel, der nach Belieben auf momentanen oder auf Dauerkontakt gestellt werden kann; *Th* ist das Thermo-

element, das unter Zwischenschaltung des Millivoltmeters  $V$  von einem der Widerstände  $w$  abgezweigt ist;  $C$  ist der Kommutator. Wird die Stromstärke  $i$  im Hauptkreis so reguliert, dass  $V$  stromlos ist, so ist die elektromotorische Kraft an den Enden von  $w$ , nämlich  $e = iw$ , gleich der zu messenden elektromotorischen Kraft des Thermoelementes. Man erhält letztere also, da  $w$  gleich 0,05 Ohm oder ein Vielfaches hiervon ist, durch Multiplikation der in Milliampère abgelesenen Stromstärke mit jenem Widerstand sehr einfach in Millivolt, oder noch bequemer in Mikrovolt, wenn man  $w$  in Tausendsteln Ohm ausdrückt. Bei der Ablesung der Stromstärke kann man Zehntelskalenteile = Zehntelmilliampère gut schätzen, sodaß die hieraus fließende Unsicherheit im günstigsten Falle, d. h. bei dem Maximalausschlag von 150 Skt.  $\frac{1}{1500}$  beträgt. Für gewöhnlich ist sie größer, bei Temperaturen von  $300^\circ$  — entsprechend etwa 45 Skt. — ungefähr  $\frac{1}{450}$  oder mehr als 2 pro mille. In Celsiusgraden ist die Unsicherheit, je nachdem man von 0,05 Ohm oder von 0,1 Ohm abzweigt, etwa  $0,6^\circ$  bez.  $1,2^\circ$ . Von der gleichen Größe wie die Ablesungsfehler, sind auch die Korrekturen, welche an den Ablesungen des Milliampèremeters anzubringen sind, um die wahre Stromstärke zu erhalten. Damit ist wohl die Genauigkeit, welche man mit dem Apparat erreichen kann, genügend charakterisiert.

Zur Kontrolle des Milliampèremeters sind in dem Widerstandssatz  $W$  noch drei Widerstände untergebracht, die so gewählt sind, daß die Stromstärken 50 bez. 100 bez. 150 Milliampère die elektromotorische Kraft eines Normalkadmiumelementes (1,0186 Volt bei  $20^\circ$ ) kompensieren, das an ihre Enden angelegt wird. Dadurch hat man eine einfache Kontrolle über die Richtigkeit der Angaben des Instrumentes für diese drei Stromstärken. Um auch an den übrigen Stellen der Skala die Angaben des Instrumentes zu prüfen, habe ich dasselbe nach dem Kompensationsverfahren mit einem Normalkadmiumelement geachtet. Die Schaltung war dieselbe wie in Fig. 4, nur wurde  $W$  durch einen Rheostaten von Wolff ersetzt, denselben, den auch Hr. Stevens benutzt hat. Die Stromstärke im Hauptkreis ist gleich dem Quotienten

$$\frac{\text{E. M. K. des Normalelementes}}{\text{Abzweigwiderstand}},$$

sodaß, die Richtigkeit des Rheostaten vorausgesetzt, alle Strommessungen auf die elektromotorische Kraft des Normalelementes zurückgeführt sind. Auch jene Voraussetzung läßt sich noch beseitigen, wobei zugleich die Notwendigkeit wegfällt, die kleinen Widerstände  $w$  von 0,05 und 0,1 Ohm des Lindeckschen Apparates auf ihre absoluten Werte zu prüfen. Bei der von mir eingeschlagenen Aichungsmethode kommt es nämlich schließlich nur darauf an, das Verhältnis dieser Widerstände zu der Einheit des Rheostaten zu kennen, eine Aufgabe, die nach demselben Kompensationsverfahren leicht zu lösen war. Die Aichung des Ampèremeters erfolgt nämlich nach der Formel

$$i = \frac{e_0}{w_0},$$

wobei  $e_0$  die elektromotorische Kraft des Normalelementes,  $w_0$  ein Widerstand des Rheostaten ist. Die zu messende elektromotorische Kraft erhält man als

$$e = i w,$$

wo  $w$  der Abzweigwiderstand des Kompensationsapparates ist. Durch Einsetzen von  $i$  ergibt sich:

$$e = \frac{w}{w_0} e_0.$$

Es war also nur noch nötig die Richtigkeit des Rheostaten in sich zu prüfen, was nach den bekannten Kalibrierungsmethoden geschah. Alle diese Messungen konnten mit einem mittleren Fehler von  $\pm 1$  pro mille ausgeführt werden, und da auch die elektromotorische Kraft des Normalkadmiumelementes bei sorgfältiger Beobachtung aller Vorschriften nach den neueren Untersuchungen auf mindestens 1 pro mille sicher ist, so kann die Messung der elektromotorischen Kraft des Thermoelementes je nach der Größe der am Milliampèremeter vorhandenen Ausschläge auf 1 bis 2 pro mille genau angenommen werden.

Schwieriger ist es, den Fehler abzuschätzen, mit dem die aus der elektromotorischen Kraft abgeleitete Temperatur behaftet sein kann. Holborn und Day<sup>1)</sup> geben als mög-

1) l. c. p. 539.

lichen Fehler ihrer absoluten Messungen bis zu  $1200^{\circ} \pm 1^{\circ}$  an. Die Vergleichung des von mir benutzten und von der Reichsanstalt geaichten Thermoelementes mit dem Normalelement derselben ist nach deren Angabe ebenfalls auf  $\pm 1^{\circ}$  genau. Danach wäre der mögliche Fehler bei Messungen mit dem Element auf  $\pm 2^{\circ}$  zu schätzen. Ich glaube jedoch, daß diese Genauigkeit jedenfalls nur unter sehr günstigen Umständen erreicht werden kann, und daß man im allgemeinen die Fehlergrenze etwas weiter wird ausdehnen müssen, wenigstens bei den höheren Temperaturen. Allerdings geben zwei Aichungen, welche ich mit siedendem Diphenylamin und Schwefel vor der Einsendung an die Reichsanstalt ausführte, ganz überraschend gute Übereinstimmung mit den Werten, welche aus der Aichungstabelle berechnet wurden. Es wurde beobachtet mit siedendem Schwefel beim Barometerstand  $B = 751,0$  mm die elektromotorische Kraft  $3620 \cdot 10^{-6}$  Volt, wenn die kalten Lötstellen die Temperatur  $0^{\circ}\text{C}$ . hatten. Nach der von Callendar<sup>1)</sup> gegebenen Formel für die Abhängigkeit des Schwefelsiedepunktes vom Druck

$$t = 444,5^{\circ} + (B - 760) 0,082^{\circ}$$

berechnet sich die Temperatur zu  $443,8^{\circ}$ . Die Aichungstabelle der Reichsanstalt liefert für die angegebene elektromotorische Kraft die Temperatur  $443,8^{\circ}$ , d. h. genau dasselbe. Acht Tage später wurde bei  $751,5$  mm Barometerstand  $3621 \cdot 10^{-6}$  Volt gefunden, während zwei Jahre früher mit dem älteren Stevensschen Apparat bei  $752,0$  mm  $3622 \cdot 10^{-6}$  Volt beobachtet worden war. Diese ganz unabhängig voneinander gewonnenen Werte stimmen also über Erwarten gut miteinander überein. Mit Diphenylamin<sup>2)</sup> fand

1) l. c.

2) Der Siedepunkt des Diphenylamins wurde nach der Formel berechnet

$$t = 303,8^{\circ} + (B - 745) 0,086^{\circ}.$$

Die Siedetemperatur  $303,8^{\circ}$  bei  $745$  mm Barometerstand war für den im hiesigen Institut vorhandenen Vorrat an Diphenylamin vor längerer Zeit mit dem Luftthermometer genau bestimmt worden. Der Koeffizient  $0,086$ , welcher die Temperaturänderung pro  $1$  mm Quecksilber Druckänderung darstellt, wurde bei der schon früher erwähnten Vergleichung mehrerer

ich bei 755,0 mm  $2312 \cdot 10^{-6}$  Volt. Die Temperatur ist  $304,7^{\circ}$ , während die Tabelle für 2312 Mikrovolt die Temperatur  $305,4^{\circ}$  gibt mit  $0,7^{\circ}$  Differenz gegen jene. Zwei Jahre früher war bei 752,3 mm Quecksilberdruck  $E = 2302 \cdot 10^{-6}$  Volt. Die Tabelle gibt hierfür  $304,3^{\circ}$ , während aus dem Barometerstand sich  $304,4^{\circ}$  berechnet. Auch hier ist die Übereinstimmung ausgezeichnet, obwohl  $300^{\circ}$  nahe der unteren Grenze für die Anwendbarkeit der Thermoelemente aus Platin und Platinrhodium liegt und die Genauigkeit des Kompensationsapparates in dieser Gegend zu wünschen läßt.

Das Element (Nr. 3), bei der Aichung von der Reichsanstalt als P. T. R. 1666 bezeichnet, stammt aus demselben Drahtvorrat von Heräus, dem die Normalelemente der Reichsanstalt von Holborn-Wien und Holborn-Day entnommen sind, und weicht nur wenig von der Tabelle ab, welche die Letztgenannten für ihr Normalelement veröffentlicht haben.<sup>1)</sup> Um die Konstanz seiner Angaben während des Gebrauches zu prüfen, wurde es vor und nach den Versuchen mit einem anderen aus demselben Drahtvorrat hergestellten (Nr. 6) verglichen. Beide Elemente stimmten jederzeit innerhalb der Fehlergrenzen der Beobachtung, d. h. bis auf 1 pro mille überein. Zuweilen war der Unterschied noch erkennbar, aber nicht meßbar. Nach den Versuchen mit Resonanzrohr I wurde Element Nr. 3 zur Aichung eingesandt und dient seitdem als Normalelement des hiesigen Institutes. Bei Rohr II wurde das Element Nr. 6 benutzt, das auch wieder nach Beendigung der Versuche mit jenem verglichen und unverändert gefunden wurde.

Die Temperatur wurde auf der ganzen in Betracht kommenden Länge des Resonanzrohres von Zentimeter zu Zentimeter gemessen, und das Mittel aus den Ablesungen zwischen den Endpunkten der beobachteten halben Wellenlänge genommen. Auf gleichmäßige Erwärmung des Rohres wurde große Sorgfalt verwandt, indem zunächst die Heizspirale sehr regelmäßig gewickelt

Thermoelemente erhalten, bei der zufälligerweise der Barometerstand innerhalb weniger Tage sehr stark schwankte. Seine Genauigkeit ist nicht groß, genügt aber, wenn der Barometerstand  $B$  nicht zu weit von 745 mm abweicht.

1) l. c. p. 522.

wurde, und bei den Versuchen die kälteren Partien durch Umlegen von Messingschutzmänteln oder Umwickeln mit Asbestschnur noch besonders geschützt wurden. Die örtlichen Abweichungen vom Mittel betragen auch bei den höchsten Temperaturen gewöhnlich weniger als  $10^{\circ}$ , nur an einzelnen Stellen gehen sie zuweilen darüber hinaus, besonders bei den letzten Versuchsreihen. Die allmähliche Verschlechterung dieser Art von elektrischen Öfen rührt von dem Verbrennen des Nickeldrahtes her. Da an den heißeren Stellen der Draht schneller verbrennt, wächst der Widerstand dieser Partien und es wird auf ihnen mehr Wärme erzeugt als auf anderen gleichlangen Strecken des Rohres, wodurch wieder die Verbrennung noch mehr beschleunigt wird. Die Öfen funktionieren deshalb zu Anfang am besten. Je höher übrigens die mittlere Temperatur des ganzen Rohres ist, desto schneller und besser gleichen sich Unterschiede derselben durch Strahlung aus, wie auch Holborn und Wien beobachtet haben.

Die Durchmessung, welche je nach der Größe der Wellenlänge bis zu 35 Einzelmessungen umfaßte, dauerte etwa 45 Min bis 1 Stunde. Wegen der langen, noch durch die akustischen Messungen vergrößerten Beobachtungsdauer mußte die Temperatur zeitlich sehr konstant sein. In dieser Hinsicht leistet nun die elektrische Heizung ganz Vorzügliches. So wurde z. B. an einem Tage bei  $450^{\circ}$  innerhalb 3 Stunden ein Steigen der Temperatur um nur  $2^{\circ}$  und ein andermal bei  $700^{\circ}$  in derselben Zeit ein Fallen um  $3^{\circ}$  beobachtet.

Gewöhnlich verfuhr ich bei den Messungen folgendermaßen: Nach dem Anheizen bis in die Nähe der gewünschten Temperatur wurde gewartet, bis dieselbe konstant geworden war. Während dieser Zeit wurde die dem Ofen pro Sekunde zugeführte Energiemenge dauernd kontrolliert und wenn nötig durch Änderung des Vorschaltwiderstandes reguliert. Gleichzeitig wurde an mehreren Stellen des Rohres ab und zu die Temperatur gemessen. Änderte sich dieselbe nicht mehr, was je nach der gerade benutzten Temperatur in 1 bis  $1\frac{1}{2}$  Stunden nach dem Beginn des Heizens eintrat, so wurde die Wellenlänge gemessen, hierauf die Temperaturmessung längs der ganzen Röhre ausgeführt, dann wieder mehrere Male die Wellenlänge und zum Schluß die Temperatur an einigen Stellen, meist



von 5 zu 5 cm, bestimmt. Während der Beobachtungen wurde von Zeit zu Zeit die Luft des Rohres durch neue, in einer Trockenröhre von Feuchtigkeit befreite, ersetzt. Dazwischen mußte natürlich Stromstärke und Spannung kontrolliert, sowie auch der Saitenunterbrecher in Ordnung gehalten werden. Durch die Häufung dieser verschiedenen Tätigkeiten, die eine stundenlange dauernde Inanspruchnahme aller Kräfte bedeutet, wurde der Genauigkeit eine gewisse Grenze gezogen; besonders trat gegen Ende jeder Versuchsreihe stets eine merkbare Ermüdung des Ohres ein.

Was den akustischen Teil der Beobachtungen betrifft, so muß überhaupt gesagt werden, daß er, soweit die Übereinstimmung der einzelnen Werte untereinander in Frage kommt, der unsicherste ist. Auch die Mittelwerte der einzelnen Beobachtungssätze weichen zum Teil noch erheblich voneinander ab. Die Genauigkeit der Einstellung auf das Tonmaximum hängt außer von den Eigenschaften des Apparates (Tonquelle etc.) in hohem Maße von der körperlichen Disposition des Beobachters ab, einem Faktor, den man nicht zahlenmäßig in Rechnung setzen kann. So konnte ich an manchen Tagen nur schwierig mit derjenigen Genauigkeit messen, die sonst immer erreicht wurde. Der Ermüdung des Ohres als einer ebenfalls in der Person des Beobachters liegenden Fehlerquelle habe ich schon gedacht. Dazu kommen äußere, die Arbeit erschwerende Ursachen, vor allem das schon bei den Stevensschen Versuchen erwähnte Abnehmen der Tonintensität mit steigender Temperatur wegen der starken Verdünnung der Luft durch die Erhitzung, das noch vermehrt wird durch die unvermeidliche Reflexion an der Grenze der kalten und heißen Luft. Die Maxima sind deswegen bei hoher Temperatur weniger scharf und auch der Grundton tritt störend auf. Da die Schallgeschwindigkeit und mit ihr die Wellenlänge proportional der Wurzel aus der absoluten Temperatur wachsen, also langsamer als diese, während die Dichte proportional der ersten Potenz abnimmt, so werden die Schwierigkeiten mit steigender Temperatur immer größer, die Fehler relativ bedeutender. Dies ist übrigens auch wohl ein wesentlicher Grund dafür, daß das Quinckesche akustische Thermometer bisher keine weitere Anwendung gefunden hat: es wird eben in hoher Temperatur unempfindlich.

## Beobachtungen bei Zimmertemperatur.

Wie schon früher bemerkt wurde, habe ich nicht den Grundton mit 1024 Schwingungen pro Sekunde benutzt, sondern zwei hohe Obertöne, hauptsächlich den siebenten, dessen Schwingungszahl also ca. 7170 ist. Da seine Wellenlänge nur  $\frac{1}{7}$  von jener des Grundtones ist, so kann man bei gleicher relativer Genauigkeit der Einstellung doch absolut genauer messen, wenn man die Gesamtlänge mehrerer Wellen mißt, wie es ja auch bei den Kundtschen Staubfiguren geschieht. Um nicht durch den noch vorhandenen Rest des Grundtones gestört zu werden, habe ich immer solche Maxima benutzt, welche auf Minima des Grundtones fallen. Ihre Entfernung ist somit stets gleich der halben Wellenlänge desselben oder einem Vielfachen derselben. Alle in den Tabellen mitgeteilten Werte der halben Wellenlänge gelten deshalb für den Ton mit der Schwingungszahl 1024. Die Richtigkeit dieser Zahl habe ich nicht geprüft, da ja nur die Änderung der Wellenlänge mit der Temperatur gemessen werden sollte.

Zunächst wurde in Rohr I eine Anzahl Beobachtungen bei Zimmertemperatur gemacht, welche die Brauchbarkeit der Methode und des Apparates bewiesen. Aus denselben wurde die Wellenlänge bei  $0^\circ$  berechnet nach der Formel

$$\lambda_t = \lambda_0 \sqrt{1 + \alpha t} \quad (\alpha = 0,00367),$$

die sich aus der Formel (3) für die Schallgeschwindigkeit ergibt, da  $\lambda = v/n$  ist. Diese Beobachtungen wurden zum Teil zwischen denen bei höheren Temperaturen ausgeführt und umfassen 18 Beobachtungssätze. Anfangs glaubte ich mit dem einen Rohr auskommen zu können, da wegen der hohen Schwingungszahl die Kirchhoffsche Korrektur mit der von Stevens bestimmten Konstante  $\gamma$  berechnet nur etwa 4 pro mille betrug. Es zeigte sich jedoch bald notwendig, noch ein zweites Rohr zu benutzen und die Wellenlänge für unendlich großen Durchmesser zu extrapolieren. Die Beobachtungen bei Zimmertemperatur, welche ebenso wie bei I gemacht wurden, umfassen acht Sätze. Tab. 1 und 2 geben eine Zusammenstellung aller Werte und die daraus abgeleiteten Mittelwerte bei  $0^\circ$ , welche den weiteren Rechnungen zu Grunde liegen;  $2r$  ist der Rohrdurchmesser.

Tabelle 1.

Rohr I;  $2r = 12,5$  mm.

$t$	$\frac{\lambda}{2}$ mm	$\frac{\lambda_0}{2}$ mm
19,0°	167,17	161,63
19,0	166,41	160,87
18,7	167,34	161,89
18,7	167,33	161,90
18,0	165,62	160,88
18,0	166,95	161,74
19,0	166,87	161,33
19,0	167,47	161,93
17,3	167,02	161,99
17,3	166,26	161,23
18,2	166,83	161,53
18,2	166,90	161,60
18,7	167,33	161,88
18,7	168,82	163,37
18,7	168,16	160,71
18,5	166,04	160,68
18,5	166,59	161,23
18,5	168,85	163,49
		2909,38 : 18 = 161,63 mm

Tabelle 2.

Rohr II;  $2r = 20,0$  mm.

$t$	$\frac{\lambda'}{2}$ mm	$\frac{\lambda_0'}{2}$ mm
19,8°	166,90	161,09
19,3	168,17	162,36
19,8	167,88	162,07
18,7	168,15	162,70
18,7	167,26	161,81
17,7	167,18	162,02
17,7	166,61	161,45
18,1	167,08	161,81
		1295,31 : 8 = 161,91 mm

Jeder Wert  $\lambda/2$  ist die Differenz zweier Zahlen, die selbst wieder Mittelwerte aus mehreren — meist zehn — Einzelbeobachtungen sind. Als Beispiel gebe ich zwei Beobachtungsreihen aus meinem Journal für Rohr I in Tab. 3.

Tabelle 3.

Rohr I;  $i = 17,8^\circ$ .

2. Max.	1. Max.	2. Max.	2. Max.	1. Max.	2. Max.
mm	mm	mm	mm	mm	mm
247,5	78,5	246,2	216,2	49,0	215,0
245,6	80,0	248,0	217,2	50,2	216,2
245,7	80,4	245,5	216,8	49,5	217,0
245,6	79,8	248,3	216,9	51,7	217,2
247,8	80,2	245,0	218,0	49,0	217,2
245,4	80,0	246,8	217,0	50,8	216,6
248,2	81,5	246,2	215,7	50,8	216,1
248,5	80,0	246,4	215,2	53,0	217,9
249,3	80,2	248,0	216,7	50,5	215,6
248,0	80,7	246,7	215,0	51,0	216,8
Mittel 247,16	80,08	246,71	216,47	50,55	216,76

Die Werte für das 2. Maximum in Tab. 3 geben als Mittel 246,93 bez. 216,62 mm. Wegen der Fehler des Maßstabs, die durch sorgfältige Vergleichung mit einem Normalmaßstab bestimmt und häufig kontrolliert wurden, erhält man schließlich als Lage der Maxima

$$\begin{array}{rcl} & 247,20 \text{ mm} & 216,88 \text{ mm} \\ & 80,18 \text{ „} & 50,62 \text{ „} \\ \frac{\lambda}{2} = & \frac{247,20}{2} = 123,60 \text{ mm} & \frac{216,88}{2} = 108,44 \text{ mm} \end{array}$$

woraus die angegebenen Werte der halben Wellenlänge hervorgehen. Die Übereinstimmung beider ist nicht besonders gut, die Reihen sind willkürlich herausgegriffen. Die verschiedene Lage der Maxima erklärt sich durch verschiedene Länge der gläsernen Rohrstützen, welche als Mündung dienen.

Aus den Mittelwerten der Tab. 1 und 2 erhält man die halbe Wellenlänge in freier Luft

$$\frac{\lambda_0}{2} = 162,37 \text{ mm.}$$

Die zur Berechnung dienende Formel ergibt sich aus der Kirchhoffschen Formel

$$(4) \quad v = \frac{V}{1 + \frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi n}}},$$

oder angenähert, wenn  $\gamma/2r\sqrt{\pi n}$  klein ist gegen 1,

$$(4a) \quad v = V \left( 1 - \frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi n}} \right).$$

Hierin bedeuten  $V$  und  $v$  die Schallgeschwindigkeit in freier Luft und in einem Rohr vom Durchmesser  $2r$ ,  $n$  die Schwingungszahl und  $\gamma$  die schon erwähnte Konstante. Dieselbe Formel gilt natürlich, wenn man  $v$  und  $V$  mit  $\lambda$  und  $\Lambda$  vertauscht. Indem man für Rohr II  $v'$  und  $r'$  schreibt, erhält man

$$V - v = \frac{V\gamma}{2r\sqrt{\pi n}},$$

$$V - v' = \frac{V\gamma}{2r'\sqrt{\pi n}}.$$

Multipliziert man mit  $r$  bez.  $r'$  nach links und setzt die linken Seiten einander gleich, so folgt:

$$V = \frac{vr - v'r'}{r - r'},$$

oder, indem man die Wellenlängen einführt,

$$\Lambda = \frac{\lambda r - \lambda' r'}{r - r'}.$$

Diese Formeln sind aber nur dann brauchbar, wenn die Korrektur

$$\frac{V - v}{V} = \frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi n}}$$

ein kleiner Bruch ist, da diese Voraussetzung schon in der Näherungsformel (4a) steckt. Sonst geben sie etwas zu kleine Werte. Stevens hat sie noch benutzt, wenn die Korrektur 5 Proz. betrug; in einem Falle wird dadurch  $V$  um 1 pro mille kleiner als bei Anwendung der genauen Formel (4), aus der sich auch leicht die entsprechende Extrapolationsformel herleiten läßt, die nur etwas unbequemer ist.

## Beobachtungen bei hoher Temperatur.

Der Wert  $\lambda_0/2 = 162,37$  mm ist als Ausgangswert, mit dem die Werte bei höherer Temperatur verglichen werden sollen, wichtig und deshalb mit besonderer Sorgfalt gemessen worden. Man muß dabei aber berücksichtigen, daß wegen der Extrapolation seine Genauigkeit geringer ist als diejenige der  $\lambda$ , aus denen er abgeleitet ist. Ein Fehler von 0,1 mm in  $\lambda_0/2$  verursacht z. B. einen solchen von 0,26 mm in  $\lambda_0/2$ , d. h. mehr als doppelt soviel; Fehler von  $\lambda_0/2$  wirken weniger, doch ist der resultierende Fehler immer größer als der verursachende. Genau dasselbe gilt natürlich auch für alle anderen Messungen. Die folgenden Tab. 4 und 5 enthalten die Resultate derselben. Als Beobachtungstemperaturen wählte ich 300°, 450°, 700°, 900°; die beiden ersteren wegen der Möglichkeit der Aichung des Elementes unabhängig von der Reichsanstalt. Doch wurde bei 300° nur mit Rohr I beobachtet; die Messung erschien weniger wichtig, weil die zu erwartende Verkleinerung von  $V$  gegen den theoretischen Wert zu gering, die Temperaturmessung weniger scharf ist. Von den beiden mit Rohr II bei 900° gemachten Beobachtungsreihen ist leider nur die eine, allerdings sehr gute brauchbar, da bei der anderen infolge Erschöpfung der Akkumulatorenbatterie die Temperatur nicht konstant zu halten war.

Die Tabellen enthalten in Columnne 2 die mit  $l$  bezeichnete, bereits wegen Skalenfehler korrigierte Länge zwischen den Maximis, in Columnne 3 die halbe Wellenlänge  $\lambda/2$ , welche unter Berücksichtigung der Ausdehnung des Porzellanschafes des Stempels aus den  $\lambda$  hervorgeht. Diese Korrektur ist nach den Angaben von Holborn und Day<sup>1)</sup> über die Ausdehnung des Berliner Porzellans, aus dem meine Apparate bestanden, berechnet. In der letzten Columnne ist der bei konstantem  $\lambda$  zu erwartende Wert angegeben, wobei freilich vorausgesetzt wird, daß die Kirchhoffsche Konstante  $\gamma$  von der Temperatur unabhängig ist, was nicht ganz zutrifft und auch nach den Stevensschen Versuchen zu erwarten war.

1) L. Holborn u. A. Day, l. c. p. 509.

Tabelle 4.

Rohr I;  $2r = 12,5$  mm.

$t$	$l$ mm	$\frac{\lambda}{2}$ mm	$\frac{\lambda}{2}$ ber.
294,3°	233,14	233,36	233,07
290,2	229,09	229,31	232,23
448,3	259,83	260,23	262,86
449,0	260,75	261,15	263,00
446,6	262,11	262,51	262,55
447,0	262,49	262,89	262,63
702,7	301,89	302,64	305,77
702,6	303,24	303,99	305,77
897,5	332,38	333,58	334,93
875,0	328,17	329,32	331,64
875,0	329,27	330,42	331,64

Tabelle 5.

Rohr II;  $2r = 20,0$  mm.

$t$	$l$ mm	$\frac{\lambda'}{2}$ mm	$\frac{\lambda'}{2}$ ber.
455,2°	263,45	263,85	264,59
458,1	265,40	265,80	265,10
440,5	259,25	259,65	261,88
440,7	261,26	261,66	261,93
697,8	302,95	303,70	305,71
691,3	300,58	301,33	304,70
691,3	302,29	303,04	304,70
919,6	336,29	337,50	338,64

Wie man sieht, sind die berechneten Werte fast alle, zum Teil sogar beträchtlich größer als die beobachteten, was aber ebensowohl durch eine Verkleinerung von  $k$  wie durch eine Aenderung von  $\gamma$  bewirkt werden kann. Zur bequemen Berechnung der Wellenlänge im freien Luftraum wurden alle  $\lambda$  auf die runden Temperaturen 300°, 450°, 700°, 900° umgerechnet durch lineare Interpolation mittels des aus der Gleichung  $\lambda = \lambda_0 \sqrt{1 + 0,00367 \cdot t}$  leicht zu bestimmenden Diffe-

rentialquotienten. Die geringen Abweichungen, welche dadurch entstehen, daß der Gang der beiden  $\lambda$  nicht genau mit dem von  $\lambda$  übereinstimmt, bleiben, wie man leicht ausrechnen kann, auch bei der weitesten Interpolation — um  $25^\circ$  — noch ganz unmerklich. Die so gefundenen Werte sind in Tab. 6 und 7 enthalten.

Tabelle 6.

 $\lambda/2$  in Rohr I.

300°	450°	700°	900°
—	260,54	—	—
—	261,33	—	333,89
234,53	263,18	302,21	332,90
231,32	263,44	303,56	334,00
Mittel 232,93	262,11	302,89	333,60 mm

Tabelle 7.

 $\lambda'/2$  in Rohr II.

450°	700°	900°
262,90	—	—
264,32	304,04	—
261,38	302,69	—
263,36	304,60	334,69
Mittel 262,99	303,71	334,69 mm

Durch Kombination der Mittelwerte nach dem p. 251 geschilderten Verfahren ergeben sich schließlich die in Tab. 8 zusammengestellten Werte für den freien Luftraum. Zur Ergänzung ist der früher gefundene Wert für  $0^\circ$  hinzugefügt. Die dritte Kolumne enthält die nach der Formel

$$\lambda = \lambda_0 \sqrt{1 + \alpha t}$$

berechneten Werte. Kolumne 4 und 5 geben die Differenzen der beobachteten gegen die berechnete Halbwellenlänge, und zwar 4 in Millimetern, 5 in Tausendsteln der halben Wellenlänge.



Tabelle 8.

$t$	$\frac{\lambda}{2}$ beob.	$\frac{\lambda}{2}$ ber.	Diff. ber.-beob.	Diff.
0°	162,37 mm	—	—	—
300	(234,73)	235,35 mm	+ 0,62 mm	2,6 ‰
450	264,45	264,40	- 0,05	- 0,2
700	305,08	306,75	+ 1,67	5,4
900	336,51	336,82	+ 0,31	0,9

Der eingeklammerte Wert 234,73 bei 300° ist unsicher; da keine Beobachtungen mit Rohr II vorlagen, so ist die Korrektur 1,80 mm durch lineare Interpolation aus den für die übrigen Temperaturen gefundenen berechnet, und zu dem in Tab. 6 enthaltenen Wert 232,93 mm hinzuaddiert worden. Im übrigen ist dieser Wert auch deshalb sehr unsicher und wahrscheinlich zu klein, weil der eine der beiden Werte in Tab. 6, nämlich 231,32, weniger Beobachtungen umfaßt und unsicherer ist als der andere.

Die Differenzen der beobachteten gegen die berechneten Halbwellenlängen betragen nach Kolumne 5 im Maximum bei 700° 5,4 pro mille, die anderen sind verschwindend klein. In Anbetracht der Schwierigkeiten, welche die Messungen bieten, kann diese Abweichung wohl noch auf Beobachtungsfehlern beruhen, wenn ihr Betrag auch gegenüber den anderen etwas reichlich groß erscheint. Will man das nicht zulassen, so würde sich allerdings bei Glühtemperaturen eine Abnahme von  $\lambda$  ergeben, welche das verzögerte Wachsen von  $V$  mit der Temperatur erklärt; dieselbe müßte jedoch weit kleiner sein als die von Stevens gefundene. Bis 450° ist jedenfalls keine Verkleinerung von  $\lambda$  bemerkbar, wie die gerade bei dieser Temperatur sehr zuverlässigen und zahlreichen Messungen zeigen. Nimmt weiterhin  $\lambda$  mit steigender Temperatur ab, und zwar, wie man voraussetzen kann, gleichmäßig bis zu einem Grenzwert, so würde auch die Differenz zwischen beobachteten und berechneten  $\lambda$  allmählich zunehmen müssen. Unter Berücksichtigung dieses Umstandes hätte man dieselbe etwa anzusetzen: bei 700° = ca. 2 pro mille, bei 900° ca. 3 bis

3,5 pro mille. Danach könnte die Abnahme von  $k$  in Tausendstel seines Wertes betragen

bei 700° ca. 4 pro mille

bei 900° „ 6 bis 7 pro mille.

Mithin würde

bei 900°  $k = 1,39$

zu setzen sein, während Stevens bei 950°  $k = 1,34$  angegeben hatte. Die endgültige Entscheidung erwarte ich von Versuchen, die nach der hier beschriebenen Methode mit unglasierten Röhren bei noch höheren Temperaturen ausgeführt werden sollen. Jedenfalls scheint aber bis jetzt mit ziemlicher Sicherheit festzustehen, daß bis 900° nur bei sehr genauen Messungen eine Abnahme von  $k$  überhaupt in Betracht kommen könnte.

---

Zum Schluß sei es mir gestattet Hrn. Geheimrat Quincke für das große Interesse, das er dieser Arbeit entgegengebracht hat, meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

Heidelberg, Physikal. Inst. d. Univ., November 1902.

(Eingegangen 8. Februar 1903.)

---

## 2. Notiz über elektrische Widerstandsöfen; von Alfred Kaldhne.

In meiner vorangehenden Abhandlung über „Schallgeschwindigkeit und Verhältnis der spezifischen Wärmen der Luft bei hoher Temperatur“ habe ich ganz kurz zwei elektrische Widerstandsöfen beschrieben, die als Interferenzröhren zur Messung der Wellenlänge eines Tones bei Temperaturen bis  $1000^{\circ}$  dienen. Es ist vielleicht zweckmäßig, im Anschluß daran mit wenigen Worten über meine Erfahrungen zu berichten, die ich mit diesen und mehreren anderen ähnlich konstruierten gemacht habe. Besonders mag die Kenntnis der zur Erhitzung auf eine bestimmte Temperatur aufzuwendenden Energiemenge bei gegebenen Ofendimensionen manchem erwünscht sein. Allerdings kann dieselbe nur ganz roh angegeben werden, da sie von dem größeren oder geringeren Wärmeverlust durch Strahlung und Leitung abhängt, der durch die spezielle Konstruktion bedingt ist.

Alle von mir benutzten Öfen bestehen aus nicht zu dünnwandigen Röhren aus feuerfestem Material (Berliner Porzellan, Marquardtsche Masse), um welche eine oder zwei Spiralen aus Nickeldraht gewickelt sind. Als Wärmeschutz ist ausgeglühte Asbestschnur gewöhnlich in mehreren Lagen herumgelegt und das Ganze außen von einem Messingrohr umhüllt, das lose über die Asbestpackung übergeschoben wird. Meist habe ich außerdem noch ein zweites 1—2 cm weiteres Messingrohr übergeschoben, das an den Enden durch zwei um das innere Rohr gelegte Asbestschnurringe getragen wird, so daß zwischen beiden ein Luftmantel von 0,5—1 cm Dicke als Wärmeschutz bleibt. Es scheint übrigens, als ob die Asbestwicklung besser wirkt als der Luftmantel, wahrscheinlich weil bei diesem die Luftströmungen sehr viel Wärme nach außen transportieren. Ein idealer Schutzmantel würde ein luftleer gepumpter Hohlzylinder sein, dessen innere Wand spiegelt, wie bei den Dewarschen Flaschen für flüssige Luft. Die Konstruktion eines solchen ist aber hier mit großen

Schwierigkeiten verknüpft, und ich habe deshalb davon abgesehen.

Als Spiegel sollten freilich die Metallmäntel wirken, sie erfüllen diesen Zweck aber nicht ganz, weil sie beim Warmwerden anlaufen und ihr Reflexionsvermögen zum großen Teil verlieren.

Auch der andere Zweck, dem sie dienen sollen, nämlich Temperaturverschiedenheiten längs des Ofen durch ihr gutes Wärmeleitungsvermögen auszugleichen, wird nur mangelhaft erfüllt, da die Wärme immer erst die dicke schlechtleitende Asbestschicht passieren muß, um zum Metalle zu gelangen. Immerhin wird man bis zu einem gewissen Grade eine Wärme-regulierung durch die Metallhüllen annehmen können, da, wie die Erfahrung lehrt, eine lokale Erwärmung oder Abkühlung der Messinghülle eine Temperaturänderung an der betreffenden Stelle im Innern des Ofens zur Folge hat. Kommt es auf örtliche Konstanz der Temperatur längs einer größeren Strecke an, so ist die exakte Wickelung der Heizspirale das einzige Mittel, das zum Ziele führt. Wegen der stärkeren Wärmeabgabe an den Enden sind hier die Windungen etwas näher aneinander zu legen, wenn die Temperatur bis zu den Enden dieselbe sein soll wie in der Mitte. Ich habe die Ganghöhe der Spirale an den Enden und in der Mittelstrecke des Rohres etwa im Verhältnis 4:5 genommen und damit gute Resultate erzielt.

Die exakte Umwicklung des Rohres mit der Spirale gelingt, wenn auch mit einiger Mühe, selbst mit 1,5 mm dickem Nickeldraht, falls er wie der für diese Zwecke von der *Berndorfer Metallwarenfabrik (A. Krupp) in Berndorf* bezogene Draht weich geglüht ist. Schwieriger ist es ihn in dieser Lage festzuhalten, wenn er sich beim Erwärmen ausdehnt. Beim Aufwickeln entstehen in der Spirale leicht Spannungen, die sich sofort durch Verschieben der einzelnen Windungen ausgleichen, wenn der Draht infolge der Ausdehnung sich etwas von dem Ofenkern abhebt. Zum Fixieren der Enden dienen zwei (oder bei zwei Spiralen vier) Klemmringe aus nicht sehr starkem Messingblech von 1—2 cm Breite, die man sich leicht selbst herstellen kann. Dazu werden die Blechstreifen etwa 4—5 cm länger genommen als der Umfang des Rohres und die Enden so weit umgebogen, daß der Umfang des Ringes

etwas kleiner wird als der Rohrumfang. Beim Umlegen des Ringes bleibt dann zwischen den senkrecht zur Rohrachse stehenden Lappen ein Zwischenraum von 1—2 mm Breite. Preßt man nun die Lappen mit Klemmschrauben aneinander, so legt sich der Ring mit sanfter Federkraft dicht an das Rohr an und sitzt so auch auf glatten glasierten Röhren ganz fest. An den Klemmschrauben werden die Enden der Heizspirale befestigt. Andere Klemmen, die auf die Lappen aufgesetzt werden, dienen zur Befestigung der Leitungsdrähte. Die Messingringe können bis zum starken Anlaufen erhitzt werden, ohne daß eine Lockerung eintritt.

Zum Fixieren der Drahtwindungen längs des Rohres dient die Asbestschnur, deren Dicke gleich der Ganghöhe der Spirale (ca. 5 mm) genommen wurde, sodaß sie den Raum zwischen je zwei Windungen ganz ausfüllt. Besser wird der Draht durch eine Chamotteumhüllung statt des Asbestes festgehalten. So sind z. B. die Öfen konstruiert, die von Holborn und Day<sup>1)</sup> in der *Physikalisch-Technischen Reichsanstalt* benutzt worden sind. Ich habe diese Methode auch angewandt — einer der Öfen war von der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft in Berlin in dieser Weise hergestellt —, jedoch gefunden, daß solche Öfen schneller zerstört werden, indem wahrscheinlich durch die hartgebrannte Chamotte, in der der Draht teils fest, teils locker darinsteckt, der glühende Draht zerrissen oder zerschnitten wird, weil sich beide ungleich stark ausdehnen. Auch bildet die Chamotte nicht eine dichte gleichmäßige Hülle, sondern zeigt zahlreiche Risse und Sprünge, sodaß der Zweck, den Draht luftdicht abzuschließen und vor dem Verbrennen zu schützen, nur unvollkommen erreicht wird. Da ferner der Asbest ein besserer Wärmeschutz zu sein scheint als Chamotte und die Neubewickelung, wenn der Draht durchgebrannt ist, bequemer bei Benutzung der Asbestpackung auszuführen ist, so habe ich schließlich allein diese angewandt.

Die ersten Öfen hatten zwei Nickelspiralen, die nebeneinander aufgewunden waren. Die Absicht war, durch diese Anordnung eine zweckmäßige Ausnutzung der elektrischen

1) L. Holborn u. A. Day, Wied. Ann. 68. p. 896. 1899.

Energie zu erzielen. Da der Widerstand des Nickeldrahtes mit steigender Temperatur sehr stark wächst (bei  $1000^{\circ}$  beträgt er etwa das Vierfache des Widerstandes bei  $20^{\circ}$ ), so muß die Drahtdicke so groß gewählt werden, daß die vorhandene Spannung genügt, auch bei dem erhöhten Widerstand einen hinreichend starken Strom zu erzeugen. Der Widerstand des kalten Drahtes ist dann aber so klein, daß man beim Anheizen, und wenn man nicht bei der höchsten erreichbaren Temperatur arbeitet, sehr viel Spannung in Vorschaltwiderständen vernichten muß, wodurch ein beträchtlicher Verlust an Energie entsteht und oft auch eine Belästigung durch die von dem Vorschaltwiderstand ausgehende Erwärmung. Das vermeidet man durch die Anwendung zweier Heizspiralen, die man beliebig hinter- oder nebeneinander schalten, oder auch einzeln benutzen kann. Die von Stevens<sup>1)</sup> bei seinen akustischen Messungen benutzten  $1\frac{1}{2}$  m langen Öfen waren ebenfalls mit zwei Spiralen versehen, die in der angegebenen Weise geschaltet werden konnten. Ich bin jedoch später von der Benutzung zweier Spiralen abgegangen, weil das Aufwickeln und Befestigen der Drähte besonders wegen der notwendigen Isolierung gegeneinander schwieriger ist als bei einfachen Spiralen. Auf jeden Fall ist die Anwendung nur einer Spirale bei Öfen mit kleinen Dimensionen vorzuziehen, die nur eine geringe Energiemenge beanspruchen.

Die Anwendung des Nickeldrahtes als Heizspirale erlaubt Temperaturen bis etwa  $1200^{\circ}$  zu erzeugen; allerdings verbrennt der Draht hierbei ziemlich schnell. Geht man nur bis  $1000^{\circ}$ , so halten die Öfen lange Zeit, immer vorausgesetzt, daß man den Draht nicht öfteren, wenn auch kurzen Überlastungen aussetzt. Letzteres geschieht bei zu schnellem Anheizen, und ist besonders gefährlich, wenn der Ofen schon eine hohe Temperatur hat. Indem bei plötzlichem Ausschalten von viel Widerstand der Strom stark ansteigt, kann der Draht an einzelnen Stellen so hoch erhitzt werden, daß er durchbrennt oder durchschmilzt. Steigert man den Strom nur langsam, so daß die mehr entwickelte Wärme Zeit hat in die Umgebung

---

1) E. H. Stevens, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 3. p. 54. 1901.

abzufließen, so kann man ohne Gefahr die oben angegebene Temperatur von  $1200^{\circ}$  erreichen, bei der allerdings Porzellanröhren weich werden und sich durchbiegen. Viel weiter wird man mit Nickeldraht nicht gehen dürfen; für höhere Temperaturen kommt nur noch Platin in Betracht, wie es jetzt von Heräus in Form dünner Blechstreifen von etwa  $0,007$  mm Dicke verwandt wird. Störend tritt aber bei Temperaturen über  $1400^{\circ}$  die Verdampfung des Platins und mehr noch der Umstand auf, daß die Rohrmasse (Marquardtsche Masse) elektrolytisch leitend wird.

Die Öfen sind mit Ausnahme eines großen  $2$  m langen ( $M_1$ ) aus Marquardt'scher Masse, alle für eine Spannung von  $65-70$  Volt berechnet, die von der Akkumulatorenbatterie des hiesigen Instituts geliefert wurde. Bei allen Versuchen, wo es auf Konstanz der Temperatur ankommt, ist es nötig eine Stromquelle zu haben, deren Spannung konstant bleibt. Die Benutzung des von der städtischen Zentrale Heidelbergs gelieferten Stromes mit  $220$  Volt Spannung ergab wegen der starken Spannungsschwankungen bei dem Ofen  $M_1$  recht schlechte Resultate bezüglich der zeitlichen Temperaturkonstanz.

Es genügt auch im allgemeinen nicht, allein die Stromstärke zu messen, sondern man muß gleichzeitig die Spannung an den Enden der Spirale bestimmen, um aus beiden die dem Ofen pro Sekunde zugeführte Energiemenge in Watt berechnen zu können; einfacher ist es, dieselbe mit einem Wattmeter direkt zu beobachten, doch bietet die unabhängige Bestimmung von Strom und Spannung andere Vorteile, so z. B. daß man in jedem Augenblick kontrollieren kann ob die Spannung der Batterie konstant bleibt oder wegen Erschöpfung derselben sinkt.

Die anzuwendende Spannung richtet sich nach den Dimensionen des Ofens. Im allgemeinen ist es zweckmäßig nicht zu hohe Spannungen zu benutzen, da beim Durchbrennen des Drahtes der dabei entstehende Lichtbogen um so länger dauert und um so größere Zerstörungen an dem Rohr anrichtet, je höher die Spannung ist. So wurde z. B. die Wand eines dem Ofen  $M_1$  gleichen Ofens in dieser Weise auf eine größere Strecke hin vollkommen geschmolzen, als an dieser Stelle der Draht durchbrannte und ein Lichtbogen von  $220$  Volt entstand.



Die Dimensionen der Öfen sind in Tab. 1 zusammengestellt.

Tabelle 1.

Ofen Nr.	Material	Länge	Durchmesser des Heizrohres			Zahl der Spiralen	Zahl der Windungen	Ganghöhe der Spirale	Drahtdicke	Bewickelte Rohrlänge	Drahtlänge	Widerstand bei 20°	Außerer Ofen
			innen	außen									
		mm	mm	mm				mm	mm	mm	m		
3	Porzellan	400	10	13	2	je 60	6	0,80	375	2,62		$\left\{ \begin{array}{l} 6,29 \\ 6,34 \end{array} \right.$	
3a	"	400	10	13	1	70	5,14	0,60	360	3,19		1,76	
4	{ Porzellan } { (A.E.G.) }	600	13	16	2	—	—	—	500	—		$\left\{ \begin{array}{l} 2,37 \\ 2,38 \end{array} \right.$	
4a	Porzellan	600	13	16	1	83	—	1,0	—	—	ca. 1,2		
5	"	600	12,5	16	1	108	4,77	0,80	515	5,62	1,90		
6a	"	720	20	27,5	1	134	ca. 4,6	1,50	615	11,91	1,25		
2	"	750	20	28	2	je 75	9,46	1,00	710	6,75	ca. 1,8		
M <sub>1</sub>	Marquardt	2020	22	43	1	306	—	1,5	—	—	—	ca. 3,3	

Ofen 2 ist einer der ältesten. Die Temperaturmessungen sind sehr unsicher; deshalb ist er später nicht mehr aufgeführt.

Die Öfen 3 und 3a sowie 4 und 4a haben als Kern dieselben Rohre, die nach dem Durchbrennen der ersten Spiralen neu bewickelt wurden. Nr. 3, 3a, 6a und 2 sind beiderseits glasiert, 4, 4a und 5 nur innen. Unterschiede in der Haltbarkeit des Nickeldrahtes haben sich dadurch nicht ergeben. Nur sind die außen glasierten Rohre wegen ihrer Glätte schwerer gleichmäßig zu bewickeln.

In Tab. 2—5 sind für einige dieser Öfen die pro Sekunde zuzuführenden Energiemengen in Watt und die dabei im Innern erzeugten Temperaturen angegeben. Letztere wurden mit Le Chatelierschen Thermoelementen aus Platin und einer Legierung von Platin mit 10 Proz. Rhodium gemessen, indem die elektromotorische Kraft derselben nach dem Kompensationsverfahren durch Vergleich mit Normalclark- oder Kadmiumelementen bestimmt wurde. Die kalten Lötstellen hatten Zimmertemperatur. Bei der Messung wurde meist der in der voranstehenden Abhandlung über „Schallgeschwindigkeit der



Luft . . .“ auf p. 240 beschriebene Lindecksche Kompensationsapparat benutzt. Einige der Thermoelemente waren in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt durch Vergleichung mit einem Normalthermoelement geeicht worden, die anderen wurden mit diesen verglichen und so an die luftthermometrische Temperaturskala der Reichsanstalt angeschlossen. Zu Grunde liegen die neuesten von Holborn und Day veröffentlichten Werte, die von den früheren Holborn-Wienschens erheblich abweichen.

In den Tabellen bedeuten:  $J$  die Stromstärke in Amp.,  $V$  die Spannung in Volt,  $JV$  die Leistung in Watt,  $t$  die Ofentemperatur in Celsius,  $V/J = W$  den Widerstand der Heizspirale in Ohm,  $W/W_{20}$  das Verhältnis dieses Widerstandes zum Widerstand bei  $20^{\circ}$ .

Tabelle 2.

Ofen 5.

$J$ Amp.	$V$ Volt	$J \cdot V$ Watt	$t$	$V/J = W$ Ohm	$W/W_{20}$
4,18	17,0	70,7	290,2°	4,06	2,14
4,10	16,9	69,3	294,4	4,12	2,17
5,23	25,0	131,0	446,6	4,77	2,52
6,74	39,1	263,0	702,7	5,80	3,06
7,40	47,8	354,0	875,0	6,46	3,40
7,83	49,0	384,0	897,5	6,26	3,29

 $W_{20} = 1,90 \text{ Ohm.}$ 

Tabelle 3.

Ofen 6a.

$J$ Amp.	$V$ Volt	$J \cdot V$ Watt	$t$	$V/J = W$ Ohm	$W/W_{20}$
8,58	26,0	223,0	440,6°	3,03	2,43
8,70	26,3	228,5	455,2	3,02	2,42
11,18	39,7	445,0	691,3	3,56	2,85
13,19	53,2	700,0	919,6	4,03	3,22

 $W_{20} = 1,25 \text{ Ohm.}$

Tabelle 4.

Ofen 3a.

$J$ Amp.	$V$ Volt	$J \cdot V$ Watt	$t$	$V/J = W$ Ohm	$W/W_{20}$
3,67	15,9	58,5	300,0°	4,33	2,46
4,62	23,0	106,2	446,4	4,98	2,83
5,58	30,6	170,0	605,6	5,54	3,15
6,34	39,8	252,0	806,8	6,27	3,56
7,15	50,8	363,0	992,9	7,10	4,04

$$W_{20} = 1,76 \text{ Ohm.}$$

Tabelle 5.

Ofen  $M_1$ .

$J$ Amp.	$V$ Volt	$J \cdot V$ Watt	$t$	$V/J = W$ Ohm	$W/W_{20}$
7,7	74	570	405,2°	9,61	2,92
* 7,3	74	540	447,0	10,13	3,07
* 7,4	79,4	588	494,0	10,73	3,25
9,2	104	956	613,7	11,30	3,42
10,5	125	1310	691,4	12,00	3,64
* 9,6	118	1130	766,3	12,30	3,73
13,0	176	2285	965,0	13,54	4,10

$$W_{20} = 3,30 \text{ Ohm.}$$

Die angeführten vier Tabellen mögen genügen. In Fig. 1 ist eine graphische Darstellung der Resultate gegeben. Es sind auch die Kurven für Ofen 4 sowie für Ofen 3 mit eingezeichnet, deren Gestalt etwas von den anderen abweicht, die sich sonst ganz ähnlich sind. Bei Ofen  $M_1$  sind die Ordinaten (die Leistungen in Watt) im Verhältnis 1 : 3 verkleinert, um die Kurve bequem einzeichnen zu können. Die wirklichen Energiemengen erhält man also für diesen Ofen durch Multiplikation der aus der Kurve entnommenen Zahlen mit 3. In der Tab. 5 sind natürlich die richtigen Werte von  $J \cdot V$  angegeben.

Die Daten für  $M_1$  sind am wenigsten genau, da die Temperatur starke örtliche Variationen zeigte, und die Strom-

messung mit einem gewöhnlichen, nicht sehr genauen Ampèremeter ausgeführt wurde.

Auch störten die beträchtlichen Spannungsschwankungen in der städtischen Leitung, wie schon p. 261 bemerkt wurde. Die großen Abweichungen einiger, in Tab. 5 mit Sternen (\*) bezeichneten, Werte von den übrigen rühren jedoch nicht von diesen Ungenauigkeiten der Messung her, sondern hauptsächlich davon, daß mehrfach der Wärmeschutzmantel durch Umlegen weiterer Messingrohre verstärkt wurde, wodurch jedesmal die zur Erreichung einer gewissen Temperatur nötige Energiemenge bedeutend sank. Aus der Kurve folgt übrigens, daß ohne die verstärkten Schutzhüllen der Energieaufwand bei  $M_1$  etwa dreimal so groß ist wie bei 6a.

Alle fünf Kurven steigen mit wachsender Temperatur immer steiler an, d. h.: damit die Temperatur um  $1^\circ$  erhöht wird, muß um so mehr Energie pro Sekunde zugeführt werden, je höher die Temperatur des Ofens ist. Das kommt offenbar von dem schnellen Anwachsen der äußeren Strahlung mit steigender Temperatur. Hiergegen verschwindet die Wärmeleitung an den Enden um so mehr, je länger der Ofen ist.

Eine einfache Beziehung zwischen der Größe des elektrischen Ofens und der zur Heizung nötigen Energiemenge ist aus den mir vorliegenden Daten nicht mit Sicherheit abzuleiten. Nach dem soeben über den Einfluß der äußeren Strahlung Gesagten wird es wesentlich auf die Größe und Temperatur der äußeren Oberfläche ankommen, die bei meinen Öfen immer von einem Messingzylinder gebildet wurde. Die Temperatur derselben habe ich nicht gemessen; ich schätze sie bei den höchsten Ofentemperaturen auf  $200\text{--}300^\circ$ ; sie ist natürlich von der Dicke der Schutzhülle abhängig und deshalb

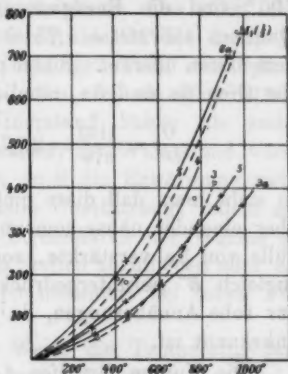


Fig. 1.

Abszissen: Ofentemperaturen in Celsius.

Ordinaten: Energieverbrauch in Watt.

niedriger bei denjenigen Öfen, welche zwei konzentrische Messingmäntel erhalten haben. Bei diesen, d. h. den Öfen 5 und 6a stehen die aufzuwendenden Energiemengen ungefähr im Verhältnis der äußeren Oberflächen der Schutzmäntel. Zum Beispiel ist für Ofen 5 die Oberfläche  $O = 630 \text{ cm}^2$ , für Ofen 6a  $O' = 1130 \text{ cm}^2$ , der Quotient  $1130/630 = 1,79$ . Bei  $700^\circ$  sind die Energiemengen in Watt 260 und 455; der Quotient  $455/260 = 1,75$  stimmt bis auf wenige Prozent mit dem ersten überein. Bildet man die entsprechenden Quotienten für Ofen 6a und 3a, nämlich

$$\frac{O'}{O} = \frac{1130}{379} = 2,97 \quad \text{und} \quad \frac{E'}{E''} = \frac{455}{210} = 2,17,$$

so sieht man, daß diese nicht mehr gleich sind. Sie würden aber einander näher kommen, wenn man die Dicke der Schutzhülle von 3a verstärkte, sodaß  $O'$  größer wird, wobei auch zugleich  $E''$  heruntergedrückt würde. Doch sind das offenbar nur rohe Annäherungen, da die Temperatur der äußeren Hülle unbekannt ist.

Die Kurven für Ofen 4 und 5 bestätigen das auf p. 259 Gesagte über den besseren Wärmeschutz des Asbestes gegenüber der Chamotte. Beide haben dieselben Dimensionen und abgesehen von der Chamotte dieselben Hüllen. Ofen 3 hatte nur eine dünne Lage Asbestschnur, im übrigen aber einen Luftmantel als Wärmeschutz; auch hier ist, besonders in höherer Temperatur, die Wärmeabgabe größer als bei dem sonst ganz gleichen Ofen 3a, bei dem der Luftmantel durch Asbest ersetzt ist.

Was die Temperaturverteilung im Innern der Öfen betrifft, so hängt sie sehr von der mehr oder minder gleichmäßigen Wickelung der Spirale ab. Kleine Abweichungen von der mittleren Temperatur an einzelnen Stellen kann man dadurch korrigieren, daß man an diesen Stellen den äußeren Wärmeschutz verstärkt oder schwächt, ersteres durch Überschieben eines kurzen Metallrohres oder besser durch Umwickeln der Stelle mit Asbestschnur, letzteres indem man die betreffende Stelle durch Umhüllung mit nassen Lappen abkühlt. Je dicker aber der ganze Schutzmantel ist, um so langsamer und unvollkommener wirkt dies Mittel. Man tut

daher gut, wenn die Temperatur nicht von vornherein auf der ganzen zu benutzenden Strecke konstant genug ist, den Schutzmantel nicht zu dick zu wählen, um die Temperatur bequem regulieren zu können.

Auch die Art des Anheizens hat nach meiner Erfahrung Einfluß auf die Temperaturverteilung. Bei langsamem Heizen ist dieselbe gleichmäßiger als bei schnellem. Das rührt offenbar von der Vergrößerung des Drahtwiderstandes durch Erhöhung der Temperatur her. Diejenigen Teile der Spirale, die aus irgend einem Grunde — etwa weil sie schon stärker verbrannt sind — größeren Widerstand haben als andere gleich lange, werden höher erwärmt, ihr Widerstand wächst weiter und infolgedessen nimmt auch die Erwärmung weiter zu. Man vermeidet solche partielle Überhitzung, indem man durch langsame Steigerung der Stromstärke der Wärme Gelegenheit gibt, nach den kälteren Stellen abzufließen oder auszustrahlen. Letzterer Vorgang ist besonders bei hohen Temperaturen sehr wesentlich.

Um zu zeigen, in welcher Weise die Temperatur längs des Rohres variierte<sup>1)</sup>, gebe ich zwei Messungsreihen, welche die Temperatur auf den mittleren Strecken der Öfen 5 und 6a von Zentimeter zu Zentimeter enthalten. Es war in Ofen 5 bei der mittleren Temperatur 449,0°:

s cm	t°	s cm	t°	s cm	t°	s cm	t°	s cm	t°	s cm	t°
1	450,7	6	448,7	11	443,2	16	452,7	21	452,2	26	447,7
2	450,7	7	447,2	12	442,7	17	456,2	22	448,7	27	448,7
3	451,2	8	446,2	13	443,2	18	457,2	23	446,7	28	450,2
4	450,7	9	444,7	14	445,7	19	457,2	24	444,7	29	450,2
5	449,7	10	443,7	15	448,7	20	454,2	25	445,7	30	450,2

s bedeutet die Lage des Thermoelementes in Zentimetern, bei Teilstrich 15 war die Mitte des Ofens.

In Ofen 6a wurde gefunden bei der mittleren Temperatur 919,6°:

<sup>1)</sup> Vgl. hierzu die Tabelle bei L. Holborn u. E. Grüneisen, Ann. d. Phys. 6. p. 187. 1901.

$s$ cm	$t^{\circ}$	$s$ cm	$t^{\circ}$	$s$ cm	$t^{\circ}$	$s$ cm	$t^{\circ}$	$s$ cm	$t^{\circ}$	$s$ cm	$t^{\circ}$	$s$ cm	$t^{\circ}$	$s$ cm	$t^{\circ}$
1	919,1	6	915,5	11	920,0	16	915,5	21	905,8	26	919,1	31	931,8	36	931,8
2	915,5	7	917,3	12	920,0	17	912,9	22	911,1	27	921,8	32	931,8	37	931,8
3	914,6	8	923,6	13	921,8	18	907,6	23	912,9	28	924,5	33	932,5	38	932,5
4	914,6	9	926,8	14	921,8	19	904,0	24	913,8	29	929,8	34	936,9	39	936,9
5	913,8	10	921,8	15	919,1	20	900,4	25	915,5	30	930,7	35	941,4	40	941,4

Die Rohrmittle lag bei Teilstrich  $s = 17$  cm.

Um die Temperatur im Innern der Öfen zu bestimmen, kann man, wenn es nicht auf große Genauigkeit ankommt, die Widerstandsvermehrung durch die Temperatursteigerung benutzen. Dazu ist nur die Kenntnis der Temperaturkoeffizienten des Heizdrahtes nötig. Allerdings wird diese Bestimmung

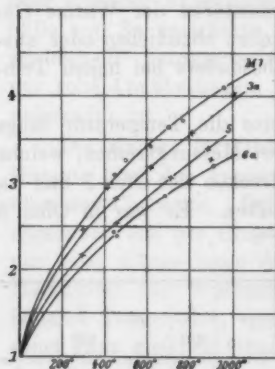


Fig. 2.

Abszissen: Ofentemperaturen in Celsius.

Ordinat: Widerstandsverhältnis  $W/W_{50}$ .

ist der Temperaturüberschuß des Drahtes über den Ofen bald größer, bald kleiner. Aus allen diesen Gründen ist die Widerstandsvermehrung bei gleichen Ofentemperaturen für verschiedene Öfen recht ungleich. Die Tab. 2—5 zeigen in der fünften Kolumne das Anwachsen des Widerstandes. In der sechsten Öfen die Quotienten dieser Widerstände dividiert durch die

betr  
gabe  
als  
die  
flach  
stärk  
Kur  
Tem  
die  
best

betreffenden Widerstände bei  $20^{\circ}$  (Zimmertemperatur) angegeben, Fig. 2 zeigt diese Quotienten in graphischer Darstellung als Ordinaten, während die zugehörigen Ofentemperaturen die Abszissen bilden. Man erkennt deutlich, wie verschieden sich die Öfen verhalten. Je besser der Wärmeschutz ist, desto flacher verlaufen die Kurven.

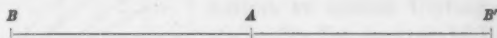
Hat man einmal die zusammengehörigen Größen (Stromstärke, Spannung, Ofentemperatur) gemessen, so bieten die Kurven für jeden der Öfen die Möglichkeit einer recht genauen Temperaturbestimmung. Dasselbe gilt dann aber auch für die Kurven der Fig. 1, da der Wattverbrauch die Temperatur bestimmt.

Heidelberg, Physik. Inst. d. Univ., Januar 1903.

(Eingegangen 8. Februar 1903.)

### 3. Über den Einfluß der Erdbewegung auf die Intensität des Lichtes; von A. H. Bucherer.

In neuerer Zeit sind manche Versuche unternommen und Vorschläge gemacht worden, welche auf eine Lösung der Frage bezüglich der Beweglichkeit des Äthers hinzielen. Ein hierhin gehöriger Vorschlag Fizeaus, welcher von experimentellem und theoretischem Interesse ist, scheint dabei fast in Vergessenheit geraten zu sein. Fizeau schließt auf Grund der Hypothese eines ruhenden Äthers, daß die Intensität irdischer Lichtquellen durch die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne in meßbarer Weise beeinflusst werde. Befinden sich in gleichen Abständen von der Lichtquelle  $A$  zwei Punkte  $B$  und  $B'$  auf der durch  $A$  gehenden Bewegungslinie der Erde:



Richtung der Bewegung.

so sollen die Intensitäten der Strahlung in  $B$  und  $B'$  verschieden sein. Ist die Richtung der Bewegung von  $B$  nach  $B'$ , so hat das in  $B$  absorbierte Licht nicht die Strecke  $AB =$  zurückgelegt, sondern eine kleinere Strecke:

$$\frac{sv}{v + u},$$

wenn man mit  $v$  die Lichtgeschwindigkeit und mit  $u$  die Geschwindigkeit der Erde bezeichnet. Das in  $B'$  auffallende Licht hat nach Fizeau eine größere Strecke:

$$\frac{sv}{v - u}$$

zurückgelegt. Da nun die Intensität der Strahlung umgekehrt proportional dem Quadrate der vom Licht zurückgelegten Strecke ist, so muß die Intensität  $J$  in  $B$  und  $B'$  verschieden



sein von derjenigen  $J_0$ , welche im Ruhezustand bestehen würde. Fizeau findet demgemäß bei Vernachlässigung von  $u^2/v^2$

$$(1) \quad J = J_0 \left( 1 \pm \frac{2u}{v} \right).$$

Setzt man die Werte von  $u$  und  $v$  ein, so wird

$$J = J_0 \left( 1 \pm \frac{1}{5000} \right).$$

Um diese Formel zu prüfen, schlägt Fizeau vor, in den Punkten  $B$  und  $B'$  zwei gegeneinander geschaltete Thermolemente zur Bestrahlung aufzustellen, eine vorhandene elektromotorische Kraft zu kompensieren und dann den Apparat um  $180^\circ$  zu drehen, sodaß  $B$  und  $B'$  ihre Lagen vertauschen. Aus dem hierbei auftretenden Galvanometeraus Schlag ließe sich dann die Formel und damit die Richtigkeit der zu Grunde liegenden Annahme eines ruhenden Äthers prüfen. — Über eine Ausführung des Fizeauschen Versuches ist bisher nichts veröffentlicht worden, was vielleicht der Schwierigkeit zuzuschreiben ist, welche in der Messung eines so kleinen Effektes besteht. Sagt doch Poincaré<sup>1)</sup>: „Es ist absolut unmöglich, eine Lichtintensität bis auf  $\frac{1}{5000}$  zu messen.“

Auf diesen Vorschlag Fizeaus wurde ich von Hrn. Prof. Kayser aufmerksam gemacht, als ich elektrische Experimente plante, welche gleichfalls die Untersuchung der Frage der Beweglichkeit des Äthers zum Gegenstande hatten.

Obwohl ich nun die theoretischen Voraussetzungen Fizeaus für anfechtbar hielt und eher der Ansicht zuneigte, daß die Erdbewegung ohne Einfluß auf die Intensität sein würde, so hielt ich doch die Ausführung des von Fizeau vorgeschlagenen Versuches aus allgemeineren Gründen für nützlich. Hr. P. Nordmeyer hat unter meiner Leitung die Experimente unternommen mit dem Ergebnis, daß *wenn überhaupt eine Wirkung der Erdbewegung vorhanden ist, diese die Intensität jedenfalls um  $\frac{1}{300\,000}$  nicht ändert.*

Eine eingehende Beschreibung der betreffenden Versuche wird in der demnächst erscheinenden Inaugural-Dissertation des Hrn. P. Nordmeyer erscheinen.

1) H. Poincaré, *Electricité et Optique* p. 534. 1901.

Der Zweck dieser Mitteilung ist eine theoretische Erörterung der Beeinflussung der Intensität des Lichtes durch die Bewegung.

Was zunächst die Überlegungen Fizeaus betrifft, so liegt ihnen die stillschweigende Voraussetzung zu Grunde, daß bei gemeinsamer Bewegung von Quelle und Beobachter nur die stattfindende Änderung der Amplitude ausschlaggebend sei; daß also die bei Annahme eines ruhenden Äthers eintretende Änderung der Periode der Wellenbewegung des Mediums keinen Einfluß habe.

Fizeau gibt jedoch keine Umschreibung des Mechanismus der Strahlung und der Eigenschaften des Mediums, um eine derartige Auffassung zu stützen. Daß man aber je nach den zu Grunde liegenden Hypothesen die abweichendsten Resultate erzielen kann, geht aus den Arbeiten von Eötvös<sup>1)</sup> und Ketteler<sup>2)</sup> hervor, welche ebenfalls Theorien über den Einfluß der Bewegung auf die Intensität der Strahlung veröffentlicht haben. Schwer fällt auch bei den genannten drei Physikern ins Gewicht, daß sie die Rolle des Strahlungsdruckes bei der Bewegung von Lichtquelle und Beobachter nicht in Rechnung gezogen haben. Bewegt sich nämlich ein absorbierender Körper gegen die Richtung der Strahlung, so wird eine Arbeit von *äußeren Kräften* geleistet, deren Äquivalent als Wärme in dem Körper auftritt. Definiert man nun die Intensität der Strahlung als diejenige Energie, welche in der Zeiteinheit pro Einheit der senkrecht zur Strahlrichtung konstruierten Fläche eines total absorbierenden Körpers von letzterem aufgenommen wird — und diese Auffassung des Begriffes der Intensität liegt den bisherigen Entwicklungen zu Grunde —, so muß ein Außerachtlassen des erwähnten Wärmebetrages zu unrichtigen Werten der Intensität führen.

Wir wenden uns nunmehr der Beantwortung der Frage zu, ob die allgemeinere Maxwellsche Theorie eindeutige Aussagen über eine Beeinflussung der Intensität der Strahlung durch die Bewegung gestattet. Wie wir gleich eingangs hervor-

1) E. Eötvös, Pogg. Ann. 152. p. 513—535. 1874.

2) H. Ketteler, Astronomische Undulationstheorie oder die Lehre von der Aberration des Lichtes. Bonn 1873 bei P. Neusser; Pogg. Ann. 154. p. 260—271. 1875.

haben müssen, erfordert die Behandlung des Gegenstandes auf Grund der Maxwell'schen Theorie die Zulassung einer Voraussetzung, welche angesichts unserer fast vollständigen Unkenntnis molekularer Vorgänge als durchaus willkürlich bezeichnet werden muß: Die Annahme, daß die Schwingungsbewegungen der molekularen Strahlungsquellen selbst durch die Bewegung nicht geändert werden.

An Stelle der molekularen Lichterregger setzen wir ein System Hertz'scher Oszillatoren. Es wäre zunächst die Intensität der Strahlung zu berechnen, welche von einem ruhenden System herrührt. Alsdann wäre abzuleiten, wie sich diese Intensität an dem betrachteten Punkte ändert, wenn die Quelle sich mit geradliniger gleichförmiger Geschwindigkeit bewegt. Schließlich wäre zu zeigen, welchen Wert die Intensität annimmt, wenn der total absorbierende Körper sich ebenso bewegt wie die Lichtquelle.

Man wird zugeben, daß es hinreichen wird, an Stelle eines Systems von Oszillatoren einen einzelnen Oszillator in Betracht zu ziehen, indem durch einfache geometrische Superposition die Wirkung mehrerer Erregger ableitbar ist.

Die Maxwell'schen Gleichungen, welche die Grundlage für elektromagnetische Strahlung bilden, sind für ein isotropes Medium:

$$\begin{aligned} (1) \quad \operatorname{curl} \mathfrak{E} &= -\mu \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}, \\ (2) \quad \operatorname{curl} \mathfrak{H} &= K \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}, \\ (3) \quad \operatorname{div} \mathfrak{E} &= 0, \quad \operatorname{div} \mathfrak{H} = 0. \end{aligned}$$

Wir denken uns einen Hertz'schen Oszillator im Anfangspunkte eines rechtwinkligen Koordinatensystems. Die Richtung der Schwingungen falle in die Richtung der Z-Achse. Es ist dann das Kraftfeld symmetrisch um diese Achse. Ist dann  $\mathfrak{A}$  eine Lösung der Gleichung:

$$(4) \quad \frac{\partial^2 \mathfrak{A}}{\partial t^2} - v^2 \nabla^2 \mathfrak{A} = 0,$$

so läßt sich nach Hertz durch Substitution in (1), (2) und (3) leicht zeigen, daß  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  sich in folgender Weise durch  $\mathfrak{A}$ , den Tensor von  $\mathfrak{A}$  darstellen lassen:

$$(5) \quad \begin{cases} E_x = \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial x}, & E_y = -\frac{\partial^2 A}{\partial y \partial x}, & E_z = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2}, \\ H_x = K \frac{\partial^2 A}{\partial y \partial t}, & H_y = -K \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial t}, & H_z = 0. \end{cases}$$

Wir setzen als partikuläre Lösung für  $\mathfrak{A}$ :

$$(6) \quad \mathfrak{A} = \frac{a}{r} \sin n \left( \frac{r}{v} - t \right),$$

wo  $n/2\pi$  die Anzahl von Schwingungen bedeutet, welche der Oszillator in der Zeiteinheit erregt;  $t$  ist die Zeit,  $r$  der Abstand vom Anfangspunkt.  $a$  ist ein konstanter Vektor in der Richtung der zunehmenden  $z$ , dessen Zahlenwert von den Dimensionen des Oszillators abhängt.

Wir betrachten nun das Kraftfeld in einem Punkte auf der  $X$ -Achse, welcher sehr weit vom Anfangspunkte entfernt ist. Dann werden höhere Potenzen von  $1/r$  zu vernachlässigen sein gegen niedrige und eine Wellenlänge wird gegen  $r$  verschwindend klein sein.

Für Punkte auf der  $X$ -Achse ist

$$(6a) \quad \mathfrak{A} = \frac{a}{x} \sin n \left( \frac{x}{v} - t \right).$$

$\mathfrak{A}$  ist also nur noch Funktion von  $x$  und von  $t$ . Folglich gemäß den Gleichungen (5)

$$(7) \quad E_x = E_y = 0, \quad E_z = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2},$$

$$(8) \quad H_x = H_z = 0, \quad H_y = -K \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial t}.$$

Durch Einsetzen von (6a) wird:

$$(9) \quad E_z = -\frac{a n^2}{x v^2} \sin n \left( \frac{x}{v} - t \right),$$

$$(10) \quad H_y = \frac{a n^2 K}{x v} \sin n \left( \frac{x}{v} - t \right).$$

Nach dem Poyntingschen Theorem strömt durch eine in dem Punkte konstruierte der  $yz$ -Ebene parallele Einheitsfläche ein Energiestrom  $\mathfrak{B}$ :

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{4\pi} [\mathfrak{E} \mathfrak{H}],$$

und da nach (9) und (10)  $\mathfrak{E}$  senkrecht zu  $\mathfrak{H}$ , so wird:

$$(11) \quad W = \frac{a^2 n^4 K}{4\pi x^2 v^2} \sin^2 n \left( \frac{x}{v} - t \right).$$

Ein. in dem Punkte befindlicher absolut absorbierender Körper, dessen dem Oszillator zugewandte Fläche parallel der  $yz$ -Ebene ist, wird den Mittelwert dieses Betrages pro Flächen- und Zeiteinheit absorbieren. Der Mittelwert von (11) während einer vollen Periode ist:

$$(11a) \quad W_m = \frac{a^2 n^4 K}{8 \mu x^2 v^2}.$$

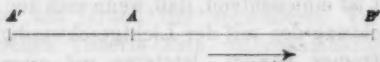
Aus dieser Gleichung folgt, daß die Intensität der Strahlung von dem Quadrat der Amplitude und der vierten Potenz der Anzahl der Schwingungen des Mediums pro Sekunde abhängig ist.

Bewegt sich nun der Oszillator geradlinig in Richtung der zunehmenden  $x$ , so wird die Intensität der Strahlung aus zwei Ursachen eine Änderung erleiden. Erstens ändert sich die Amplitude. Zweitens ändert sich die Schwingungszahl nach dem Dopplerschen Prinzip.

Unter Änderung der Schwingungszahl ist die Änderung der periodischen Störung des Mediums verstanden, indem wir ja vorausgesetzt haben, daß die Schwingungsbewegung des Erregers nicht beeinflußt werde. Nach dem Dopplerschen Prinzip wird nun die Frequenz  $n'/2\pi$  der Wellenbewegung, wenn sich eine Lichtquelle  $A$  auf einen Punkt  $B'$  zu bewegt, in diesem Punkte (vgl. Figur)

$$\frac{n'}{2\pi} = \frac{n}{2\pi} \left(1 + \frac{u}{v}\right).$$

Die Änderung der Amplitude berechnet sich ganz im Einklang mit den eingangs erwähnten Überlegungen Fizeaus. Zur Zeit  $t_0$  befindet sich der Oszillator in  $A$ .



Die Strahlung, welche in einem gegebenen Zeitpunkt in  $B'$  eintrifft, hat die Lichtquelle bez. den Oszillator zur Zeit  $t$  verlassen. Zu dieser Zeit befand sich aber der Oszillator noch nicht in  $A$ , sondern in  $A'$ . Nun ist

$$A'B' = (t_0 - t)v,$$

$$A'A = (t_0 - t)u.$$

Bezeichnen wir den Abstand des Oszillators von  $B'$  zur Zeit  $t$ , mit  $d$ , wo  $d = AB'$ , so wird:

$$A'B' = d \left( 1 + \frac{u}{v} \right).$$

Folglich wird die Amplitude der Strahlung im Verhältnis  $1:(1+u/v)$  verringert. Und es wird die Intensität der Strahlung im Punkte  $B'$  anstatt:

$$W = \frac{a^2 n^4 K}{8 \pi x^2 v^3},$$

$$W' = \frac{K a^2 n^4 \left( 1 + \frac{u}{v} \right)^4}{8 \pi x^2 v^3 \left( 1 + \frac{u}{v} \right)^3}.$$

Vernachlässigen wir höhere Potenzen von  $u/v$ , so wird:

$$W' = \frac{K a^2 n^4 \left( 1 + \frac{2u}{v} \right)}{8 \pi x^2 v^3}.$$

Die Maxwellsche Theorie führt also zu dem Ergebnis, daß die Intensität einer Lichtquelle, welche sich mit der Geschwindigkeit  $u$  auf einen Punkt zu bewegt,  $(1 + 2u/v)$  mal größer ist, als wenn dieselbe in demselben Abstände ruhte.

Daß eine translatorische Bewegung senkrecht zu  $AB'$  ohne Einfluß sein muß, ist so offenbar, daß wir nicht näher auf diesen Punkt einzugehen haben.

Das abgeleitete Resultat bildet die Grundlage zu dem nunmehr zu untersuchenden Falle, wo Lichtquelle und schwarzer Körper eine gleichgerichtete gemeinsame Geschwindigkeit haben.

Zunächst ist einleuchtend, daß, wenn sich der absorbierende Körper in Richtung des mit der Lichtgeschwindigkeit  $v$  fließenden Energiestromes bewegt, letzterer mit einer relativen Geschwindigkeit  $v - u$  sich gegen den schwarzen Körper bewegt. Die infolge dieser Strömung absorbierte Energie  $W''$  ist daher nur der  $(v-u)/v$  Teil derjenigen, welche im Ruhezustand vom schwarzen Körper aufgenommen wird:

$$W'' = \frac{K a^2 n^4 \left( 1 + \frac{2u}{v} \right) \left( 1 - \frac{u}{v} \right)}{v^3 x^2 8 \pi}.$$

Von diesem Betrage ist noch die von der Strahlungskraft geleistete Arbeit abzuziehen. Indem sich nämlich der Körper mit der Geschwindigkeit  $u$  in Richtung der Strahlung fortbewegt, leistet die Strahlungsdruckkraft eine Arbeit, welche gleich ist dem Produkte aus der Kraft und dem in der Zeiteinheit zurückgelegten Weg. Offenbar kann diese Arbeit nur auf Kosten der vom Körper absorbierten Wärme geleistet werden.

Nach Maxwell ist der Strahlungsdruck  $P$  numerisch gleich dem Inhalt der elektromagnetischen Energie pro Volumeneinheit, und dieser Inhalt ist gleich dem Energiestrom  $W'$ , dividiert durch  $v$ . Das heißt:

$$P = \frac{K a^2 n^4}{8 \pi v^2 x^2} \left(1 + \frac{2u}{v}\right) \frac{1}{v}.$$

Die von  $P$  in der Zeiteinheit geleistete Arbeit ist daher pro Quadratcentimeter bestrahlter Fläche:

$$Pu = \frac{K a^2 n^4}{8 \pi v^2 x^2} \left(1 + \frac{2u}{v}\right) \frac{u}{v}.$$

Zieht man diesen Betrag von  $W''$  ab, so findet man für die bei gemeinsamer Bewegung von Lichtquelle und absorbierendem Körper bestehende Intensität unter Vernachlässigung von  $u^2/v^2$ :

$$\begin{aligned} W''' &= W'' - Pu, \\ &= W'. \end{aligned}$$

Vernachlässigt man höhere Potenzen von  $u/v$ , so wird die Intensität der Strahlung bei gemeinsamer translatorischer Bewegung von Lichtquelle und Beobachter nicht geändert.

Das Resultat der im hiesigen Institut ausgeführten Versuche befindet sich also nicht im Gegensatz zur Maxwellschen Theorie.

Daß auch auf Grund der spezielleren Voraussetzungen der Lorentzschen Theorie kein wahrnehmbarer Einfluß der Erdbewegung auf irdische Lichtquellen zu erwarten ist, folgt aus einer in den Sitzungsberichten der Amsterdamer Akademie erschienenen Abhandlung von H. A. Lorentz.<sup>1)</sup>

Lorentz gibt nur einen Überblick über die Entwicklungen, indem er auf sein Werk „Versuch einer Theorie der

1) H. A. Lorentz, Kgl. Akad. d. Wissensch. zu Amsterdam p. 678 bis 681. 1902.



optischen Erscheinungen“ hinweist. Im wesentlichen gestaltet sich die Theorie eines Einflusses der Erdbewegung auf irdische Lichtquellen auf Grund der Elektronenhypothese wie folgt.

Die Grundgleichungen für die elektrische Verschiebung  $\mathfrak{D}$  und die magnetische Kraft  $\mathfrak{H}$  sind für den reinen Äther, d. h. außerhalb der Materie:

$$(1) \quad \text{curl } \mathfrak{H} = 4\pi \left\{ \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} + \text{curl} [\mathfrak{v} \mathfrak{D}] \right\},$$

$$(2) \quad \mathfrak{H} = 4\pi v^2 \mathfrak{D} + [\mathfrak{v} \mathfrak{H}].$$

$\mathfrak{H}$  bedeutet die gesamte auf die Einheit der Ladung ausgeübte Kraft;  $\mathfrak{v}$  ist die Erdgeschwindigkeit. Das Zeichen  $\partial/\partial t$  bedeutet eine Differentiation bei konstanten relativen Koordinaten, d. h. bei Konstanz der Koordinaten eines an der Bewegung der Erde teilnehmenden Koordinatensystems. Man setzt zunächst:

$$(3) \quad \mathfrak{H}' = \mathfrak{H} - 4\pi [\mathfrak{v} \mathfrak{D}],$$

dann schreibt sich (1)

$$(4) \quad \text{curl } \mathfrak{H}' = 4\pi \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}.$$

Man führt ferner eine andere Zeit  $t'$  ein:

$$(5) \quad t' = t - \frac{\mathfrak{v} r}{v^2},$$

wo

$$r = ix + jy + kz.$$

Dann wird der Operator  $\nabla$  sich ebenfalls ändern, sodaß für einen beliebigen Vektor  $\mathfrak{C}$

$$(6) \quad \nabla \mathfrak{C} = \nabla' \mathfrak{C} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial t'} [\mathfrak{v} \mathfrak{C}].$$

Das Symbol  $\nabla'$  bedeutet eine Variation bei konstantem  $t'$ .

Daher nimmt  $\text{curl } \mathfrak{H}'$  die Form an:

$$(7) \quad \text{curl } \mathfrak{H}' = [\nabla' \mathfrak{H}'] = \text{curl}' \mathfrak{H}' - \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial t'} [\mathfrak{v} \mathfrak{H}'].$$

Hier deutet  $\text{curl}'$  eine Variation bei konstantem  $t'$  an.

Gemäß Gleichung (4) ist dann:

$$(8) \quad \text{curl}' \mathfrak{H}' - \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial t'} [\mathfrak{v} \mathfrak{H}'] = 4\pi \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t'}.$$



Aus Gleichung (2) kann man aber den Wert für die rechte Seite einsetzen und erhält:

$$(9) \quad \text{curl}' \mathfrak{S}' = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial t'} [v(\mathfrak{S}' - \mathfrak{S})] + \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial t'} \mathfrak{S}.$$

Setzt man aus (3) den Wert von  $\mathfrak{S}' - \mathfrak{S}$  in der ersten Term der rechten Seite ein, so erkennt man sofort, daß dieser Term den Faktor  $v^2/v^2$  erhält. Solche Ausdrücke vernachlässigen wir und erhalten demgemäß:

$$(10) \quad \text{curl}' \mathfrak{S}' = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial t'} \mathfrak{S}.$$

Wir führen nun eine Hilfsgröße  $\psi$  ein und setzen

$$(11) \quad \mathfrak{S}' = -\text{curl}' \psi,$$

wo

$$(12) \quad \psi = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{m}{r_0} \right),$$

$m$  bezeichnet Lorentz als das elektrische Moment des Elektrons, d. h. als das Produkt aus seiner Ladung und seiner Verschiebung aus der Gleichgewichtslage.

Es läßt sich zeigen, daß dieser Wert von  $\psi$  allen Anforderungen genügt, d. h. die Gleichungen (1) und (2) befriedigt, wenn für  $m$  gesetzt wird:

$$(13) \quad m = a \cos n \left( t' - \frac{r}{v} \right).$$

Es sei nun  $m$  ein Vektor in Richtung der zunehmenden  $y$ , also  $m = j m$ . Wir untersuchen dann das von dem schwingenden Elektron erzeugte Feld sehr weit entfernt von demselben, sodaß gegen  $r_0$  die Wellenlänge und die Amplitude verschwindend klein sind. Das Elektron befinde sich im Anfangspunkt des mitbewegten Koordinatensystems. Dann ist in einem Punkte der positiven  $X$ -Achse:

$$(14) \quad \begin{cases} \mathfrak{S}' = -\text{curl}' \mathfrak{A} = \frac{\partial}{\partial t'} \text{curl}' \frac{m}{r_0} \\ = t \frac{\partial}{\partial t'} \left( \frac{\partial}{\partial x} \right)' \frac{a}{r_0} \cos n \left( t' - \frac{x}{v} \right) \\ = t \frac{a n^2}{r_0 v} \cos n \left( t' - \frac{x}{v} \right) \end{cases}$$

und

$$\text{curl}' \mathfrak{S}' = \frac{\partial}{\partial t'} \text{curl}'^2 \frac{a}{r_0} \cos n \left( t' - \frac{x}{v} \right).$$

Nun ist:

$$\text{curl}' \mathfrak{H}' = \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial t'} \mathfrak{H},$$

daher:

$$(15) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{v^2} \mathfrak{H} &= \text{curl}'^2 \frac{a}{r_0} \cos n \left( t' - \frac{x}{v} \right) \\ &= \left\{ \nabla'^2 \left( \frac{m}{r_0} \right) - \nabla'^2 \frac{m}{r_0} \right\} = - \nabla'^2 \left( \frac{m}{r_0} \right) \\ &= - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{a}{r_0} \cos n \left( t' - \frac{x}{v} \right) \\ &= \frac{a}{r_0} \frac{n^2}{v^2} \cos n \left( t' - \frac{x}{v} \right). \end{aligned} \right.$$

Diesen Wert setzen wir in Gleichung (2) ein und erhalten:

$$(16) \quad 4 \pi \mathfrak{D} = \frac{a}{r_0} \frac{n^2}{v^2} \cos n \left( t' - \frac{x}{v} \right) + \frac{1}{v^2} [\mathfrak{H}' v].$$

Da wir Glieder mit dem Faktor  $p^2/v^2$  vernachlässigen, so dürfen wir die rechte Seite auch schreiben:

$$(17) \quad 4 \pi \mathfrak{D} = \frac{a}{r_0} \frac{n^2}{v^2} \cos n \left( t' - \frac{x}{v} \right) + \frac{1}{v^2} [\mathfrak{H}' v].$$

Gleichung (14) liefert für  $\mathfrak{H}'$ :

$$(18) \quad \mathfrak{H}' = \frac{1}{r_0 v} \frac{a n^2}{v} \cos n \left( t' - \frac{x}{v} \right).$$

Folglich nimmt (17) die Form an:

$$\begin{aligned} 4 \pi \mathfrak{D} &= \frac{a n^2}{r_0 v^2} \cos n \left( t' - \frac{x}{v} \right) + \frac{p n^2 a}{v^3 r_0} \cos n \left( t' - \frac{x}{v} \right), \\ \mathfrak{D} &= \frac{a n^2}{r_0 4 \pi v^2} \left( 1 + \frac{p}{v} \right) \cos n \left( t' - \frac{x}{v} \right). \end{aligned}$$

Dieses ist der Wert der elektrischen Verschiebung, wie sie von einem an der Bewegung nicht teilnehmenden Beobachter wahrgenommen wird.

Setzt man die gefundenen Werte von  $\mathfrak{H}'$  und  $\mathfrak{D}$  in Gleichung (3) ein, so ergibt sich:

$$(19) \quad \mathfrak{H} = \frac{1}{r_0 v} \frac{a n^2}{v} \left( 1 + \frac{p}{v} \right) \cos n \left( t' - \frac{x}{v} \right).$$

Lorentz bildet nun weiter den Ausdruck für die elektromagnetische Energie der Volumeneinheit,  $U$ :

$$\begin{aligned} U &= 2 \pi v^2 \mathfrak{D}^2 + \frac{1}{8 \pi} \mathfrak{H}^2 \\ &= \frac{a^2 n^4}{r_0^2 v^2 4 \pi} \left( 1 + \frac{p}{v} \right)^2 \cos^2 n \left( t' - \frac{x}{v} \right). \end{aligned}$$

Und der Mittelwert hiervon während einer vollen Periode ist:

$$U = \frac{a^2 n^4}{8 \pi v^2 r_0^2} \left(1 + \frac{p}{v}\right)^2.$$

Folglich ist die Energiemenge, welche in der Zeiteinheit durch eine senkrecht zur Strahlenrichtung stehende, in Bezug auf den Äther ruhende Fläche  $\omega'$  strömt:

$$U v \omega' = \frac{a^2 n^4}{8 \pi v^2 r_0^2} \left(1 + \frac{p}{v}\right)^2 \omega'.$$

Der Ausdruck  $U v$  stellt die Intensität der Strahlung für einen im Äther ruhenden Beobachter dar.

Nach Lorentz ändert sich nun die von einem schwarzen Körper aufgenommene Energie, wenn ihm dieselbe Bewegung erteilt wird, wie der Lichtquelle.



Bedeutet in der Figur  $A$  eine irdische Lichtquelle,  $\omega'$  die im Äther ruhende Bodenfläche des Zylinders  $C$ , und  $\omega$  die an der Erdbewegung teilnehmende Fläche, so wird, wenn die Bewegungsrichtung  $A\omega$  ist, der Energieinhalt des Zylinders zunehmen, und zwar um den Betrag

$$p U \omega$$

in der Zeiteinheit. Um diesen Betrag verringert sich die von  $\omega$  aufgenommene Energie. Ferner verringert sich letztere infolge der von der Druckkraft der Strahlung geleisteten Arbeit. Die auf die Fläche  $\omega$  wirkende Kraft ist:

$$U \omega.$$

Daher ist die Arbeit dieser Kraft in der Zeiteinheit:

$$U \omega p.$$

Im ganzen wird daher von  $\omega$  absorbiert:

$$U v \omega - 2 U p \omega.$$

Setzt man den Wert von  $U$  ein und vernachlässigt  $p^2/v^2$ , so erhält man den Wert für die Intensität irdischer Lichtquellen:

$$\frac{a^2 n^4}{8 \pi v^2 r_0^2}.$$

Die Intensität wird also nicht beeinflusst durch die Erdbewegung.

Aus den gegebenen Entwicklungen erhellt, daß die Hypothese eines ruhenden Äthers mit dem Resultate der von Hrn. Nordmeyer ausgeführten Versuche nicht im Widerspruche steht. Wir dürfen aber diese Versuche nicht als positive Stütze der Lorentzschen Theorie auffassen. Vielmehr scheinen dieselben eine weitere Begründung der sich immer mehr geltend machenden Erkenntnis zu liefern, daß elektrische und magnetische, ebenso wie die Strahlungserscheinungen nur beeinflußt werden, wenn Materie sich relativ zu Materie bewegt.

Keine einzige Erfahrungstatsache widerspricht dieser Auffassung. Wollte man sich konsequent auf diesen Standpunkt stellen, so müßte man auf das von den Ätherhypothesen gewährte Bild einer zeitlichen Ausbreitung elektromagnetischer Störungen verzichten. Fällt aber dieser Verzicht so schwer in die Waagschale gegenüber der Tatsache, daß die Hypothese eines ruhenden Äthers sich sowohl mit dem Experiment — ich meine das Michelson-Morleysche — als auch mit einem sehr wichtigen Prinzip der Mechanik: der Erhaltung des Schwerpunktes, im Widerspruch befindet? Mit dem Satze: Es gibt nur Wirkungen von Materie zu Materie, würde man die künstlich von der Materie in den Äther verlegten Eigenschaften in die Materie zurückverlegen und so von einer dualistischen Naturauffassung zu einer monistischen übergehen.

Die Gleichungen des elektromagnetischen Feldes würden in ihrer Form weniger als in ihrer Deutung geändert werden. Die von mir auf Grund der Hypothese eines ruhenden Äthers gegebenen Gleichungen<sup>1)</sup> wären dann in der Weise zu deuten, daß die Geschwindigkeiten  $u$  als relativ zur Materie aufzufassen wären:

$$\mathcal{E} = [\mathfrak{B} u] - \nabla V,$$

$$\mathfrak{H} = [u \mathfrak{D}] - \nabla \varphi,$$

$$\operatorname{div} \mathfrak{D} = 0; \quad \operatorname{div} \mathfrak{B} = 0.$$

Diese Gleichungen beziehen sich auf die Bewegungen von Ladungen und von Magneten bez. stromführenden Leitern.

Bewegt sich dielektrische Materie geradlinig relativ zu geladenen Körpern, so ist:

$$\mathfrak{H} = (K - 1)[u \mathcal{E}].$$

1) A. H. Bucherer, Ann. d. Phys. 8. p. 326. 1902.

Bewegt sich ein paramagnetisches Medium geradlinig relativ zu stromführenden Leitern oder zu Magneten, so ist:

$$\mathcal{E} = (\mu - 1)[\mathfrak{H}u].$$

Von den vielfachen bemerkenswerten Konsequenzen einer solchen Auffassung der elektromagnetischen Erscheinungen möchte ich nur kurz eine erwähnen, welche für die Elektronentheorie von besonderer Wichtigkeit ist.

Ein geladener Körper, welcher von aller anderen Materie weit entfernt ist, wird im Gegensatz zur Maxwell-Lorentz'schen Theorie kein magnetisches Feld mit sich führen, wenn er sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegt. Ein Beobachter, welcher an der Bewegung teilnimmt, wird ferner weder eine Änderung der elektrischen Kraft noch der elektrischen Energie wahrnehmen. Ein geladener Kondensator wird deshalb infolge der Erdbewegung kein magnetisches Feld mit sich führen. Der Begriff der elektromagnetischen Masse eines Elektrons wäre folglich ohne Einbeziehung der Umgebung nicht definierbar, wodurch die großen Schwierigkeiten einer elektromagnetischen Begründung der Mechanik noch erhöht werden würden.

Bonn, den 6. Februar 1903.

(Eingegangen 7. Februar 1903.)

**4. Über den Einfluß der Erdbewegung  
auf die Verteilung der Intensität der Licht- und  
Wärmestrahlung;**

**von Paul Nordmeyer.**

(Auszug aus der Bonner Dissertation.)

Der Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Ausführung eines von Fizeau<sup>1)</sup> vorgeschlagenen Experimentes, welches auf die Untersuchung der Frage nach der Beweglichkeit des Äthers hinzielt. Fizeau schließt unter der Annahme eines unbeweglichen Äthers, daß die Intensität irdischer Lichtquellen durch die Erdbewegung beeinflusst werde, und zwar auf Grund folgender Betrachtung. Es sollen sich eine Lichtquelle  $A$  und ein Schirm  $B$  im unveränderlichen Abstände  $d$  voneinander mit der Geschwindigkeit  $u$  in der Richtung  $A \rightarrow B$  bewegen. In der Zeit, in der ein Lichtstrahl von  $A$  nach  $B$  gelangt, ist aber  $B$  schon weiter gerückt; erst in einem Punkte  $C$  treffe der Lichtstrahl den Schirm. Zum Durchlaufen dieser Strecke  $AC = d'$  brauche er die Zeit  $t$ , sodaß wir erhalten:

$$d = t(v - u),$$

$$d' = d + ut,$$

$$d' = d \left( 1 + \frac{u}{v - u} \right) = d \left( 1 + \frac{u}{v} \right),$$

wo  $v$  die gegen  $u$  sehr große Lichtgeschwindigkeit ist. Nun wendet Fizeau das Gesetz an, daß die Intensität umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung abnimmt, und erhält, wenn  $J_0$  die Intensität der Ruhe bezeichnet:

$$J = J_0 \frac{d^2}{d'^2} = J_0 \left( \frac{1}{1 + \frac{u}{v}} \right)^2$$

oder

$$J = J_0 \left( 1 - \frac{u}{v} \right)^2 = J_0 \left( 1 - \frac{2u}{v} \right).$$

1) H. Fizeau, Pogg. Ann. 92. p. 652—655. 1854; dazu Cosmos 1. p. 690. 1852.

Für die Bewegungsrichtung  $B \rightarrow A$  erhält man entsprechend

$$J = J_0 \left( 1 + \frac{2u}{v} \right).$$

Zur Prüfung dieser Formel macht Fizeau folgenden Vorschlag: Es seien auf einer um ihren Mittelpunkt horizontal drehbaren Stange in der Mitte eine Glühlampe und an beiden Enden zwei Thermoelemente aufgestellt. Letztere seien gegeneinander geschaltet, sodaß bei gleicher Bestrahlung — sonstige Gleichheit der Elemente etc. vorausgesetzt — die entstehenden Ströme sich aufheben. Bewirkt man dieses, wenn die Stange in der Richtung der Erdbewegung steht, und dreht dann um  $180^\circ$ , so soll also nach Fizeau infolge der veränderten Intensität ein Strom entstehen, der mit einem Galvanometer gemessen werden kann. Die Stärke dieses Stromes läßt sich nach obiger Formel für eine solche Drehung um  $180^\circ$  leicht berechnen zu  $\frac{1}{1360}$  des in der Ruhe in einem Thermoelement erzeugten Stromes, wobei die Lichtgeschwindigkeit mit 300000 km/sec und die Erdgeschwindigkeit mit 30 km/sec in Rechnung gezogen ist.

Auch Ketteler<sup>1)</sup> und Eötvös<sup>2)</sup> berechnen einen Einfluß, wohingegen Lorentz<sup>3)</sup> ebenfalls unter der Annahme eines ruhenden Äthers zu dem Schluß gelangt, daß ein meßbarer Einfluß nicht bestehe. Ein eingehenderes Referat über diese Abhandlungen habe ich in meiner Inaugural-Dissertation<sup>4)</sup> gegeben. Ferner behandelt diese Frage eine Arbeit von A. H. Bucherer<sup>5)</sup>, in der gezeigt wird, daß die Maxwellsche Theorie ganz allgemein zu dem von Lorentz abgeleiteten Resultat eines nicht vorhandenen Einflusses führt. Hier muß ich mich mit einem Hinweis auf diese Abhandlungen begnügen, ohne näher auf sie eingehen zu können.

1) E. Ketteler, *Astronomische Undulationstheorie oder die Lehre von der Aberration des Lichtes*. Bonn 1873 bei P. Neusser. Und Pogg. Ann. 154. p. 260—271. 1875.

2) R. v. Eötvös, Pogg. Ann. 152. p. 513—535. 1874.

3) H. A. Lorentz, *The intensity of radiation and the motion of the earth*. Amsterdamer Akademie 1902.

4) P. Nordmeyer, Inaug.-Dissert. Bonn 1908.

5) A. H. Bucherer, Ann. d. Phys. 11. p. 270. 1908.



Angesichts dieser ausgedehnten theoretischen Behandlung unserer Frage erschien mir eine Ausführung des Fizeauschen Versuches hinreichend von Nutzen zu sein. Dabei galt es nun, einen leuchtenden Körper und Thermoelemente drehbar und geschützt vor fremden Einflüssen in Verbindung mit einem empfindlichen, störungsfreien Galvanometer aufzustellen. Was nun zunächst das letztere anbetrifft, so waren die dabei auftretenden Schwierigkeiten nicht gering. Denn da das Bonner physikalische Institut leider großen Erschütterungen durch vorbeifahrende Wagen ausgesetzt ist, so war es erstes Erfordernis, für eine erschütterungsfreie Aufstellung des Galvanometers zu sorgen. Ich erreichte dieses durch eine der Juliuschen Aufhängung nachgebildete Anordnung, wobei der aus einer Holzplatte bestehende Galvanometertisch durch Vermittelung von dicken Gummischläuchen an den Stahldrähten befestigt war. Dadurch war das Galvanometer lotrechten Erschütterungen kaum noch ausgesetzt. Um auch etwaige seitliche Schwingungen schnell zu dämpfen, ist in die Holzplatte nach unten hin eine Messingstange eingeschraubt, die an ihrem Ende mit einer vierflügeligen Schaufel in ein Ölbad eintaucht. Die Stromzuleitung geschah mittels zweier in Paraffin gebetteter und auf der Holzplatte aufgestellter Quecksilbernäpfchen, weil eine starre Verbindung zu leicht einen Zwang auf das Galvanometer ausgeübt hätte. Gegen Luftzug, äußere Berührung etc. wurde das Galvanometer dadurch geschützt, daß die Zimmercke, in der es hing, durch Glasfenster und unten durch ein bis zum Boden reichendes Tuch abgegrenzt wurde. Infolge dieser Vorkehrungen stand das Galvanometer fast gänzlich ruhig; nur schwerste Lastwagen machten sich noch bemerkbar.

Ich benutzte zuerst ein astatisches Spiegelgalvanometer nach du Bois und Rubens, in dem an einem Quarzfaden das zum Instrument gehörige kleinere Gehänge hing. Da letzteres aber magnetischen Einwirkungen von inner- oder außerhalb des Zimmers bewegten Eisenteilen zu sehr zugänglich war, brachte ich eine nach Prof. Broca in Paris verfertigte Nadel an, der außer anderen guten Eigenschaften besonders größere Unempfindlichkeit gegen magnetische Einflüsse nachgerühmt war. Sie bestand aus einem sehr dünnen Stahlröhrchen, das in Form eines Rechteckes von der Größe



70 × 2 mm gebogen und so magnetisiert war, daß in der Mitte Gegenpole vorhanden waren. Diese Nadel wurde ebenfalls an einem Quarzfaden aufgehängt, sodaß die Ebene des Rechteckes vertikal lag. Leider erfüllten sich die an diese Nadel geknüpften Hoffnungen nur in geringem Maße; eine kleine Besserung war jedoch zu verspüren, sodaß ich mit diesem Instrument den Versuch durchführen zu können glaubte.

Da traten nach den Pfingstferien sehr starke Schwankungen auf; es ergab sich, daß diese durch vagabundierende Ströme hervorgerufen wurden, welche von der neu eröffneten elektrischen Bahn Bonn-Beuel ausgingen. Ich benutzte deshalb

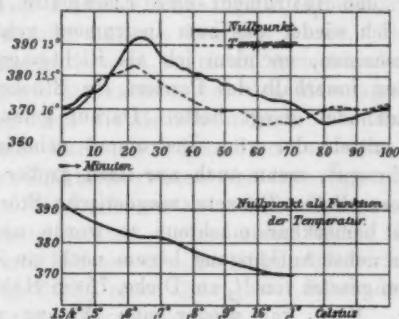


Fig. 1.

vortübergehend ein Galvanometer nach Deprez-d'Arsonval, das ja gegen magnetische Einflüsse so gut wie unempfindlich ist. Dagegen traten bei ihm andere gesetzmäßig erscheinende Schwankungen auf, die sich im wesentlichen auf Temperaturschwankungen zurückführen ließen. Letztere bewirken wahrscheinlich eine Änderung in der Elastizität der Messingaufhängung. Von den beistehenden Kurven (Fig. 1) gibt die erste die zeitliche Änderung von Nullpunkt und Temperatur wieder; die zweite zeigt die Nullpunktsänderung als — nahezu lineare — Funktion der Temperatur.

Die Skala stand bei diesem Instrument 9 m vom Spiegel entfernt; doch genügte auch die dadurch erreichte Empfindlichkeit nicht, da aus später angegebenen Gründen nach der Fizeauschen Formel ein Effekt von nur 4—5 Skt. zu erwarten

war. Doch hat dieses Instrument insofern gute Dienste getan, als bei ihm Ausschläge, die sicherlich von Störungen herrührten, leichter zu beobachten waren, und so der Drehapparat so weit vervollkommenet werden konnte, bis ein empfindlicheres Instrument wieder notwendig war. Als solches nahm ich das zuerst benutzte nach du Bois und Rubens, versah es jedoch an Stelle der Glasglocke mit einem 2 cm dicken Panzer aus weichem Eisen von derselben Form, wie die Glasglocke. Vorn war darin zur Spiegelablesung eine kreisrunde Öffnung, die durch eine planparallele Glasplatte geschlossen war. An die Stelle des früheren Messingdeckels kam ein Eisendeckel, ebenso wurde unter das Instrument eine Eisenplatte gelegt. Als Nadel hatte ich wieder das zum Instrument gehörige leichte Gehänge genommen, nachdem ich als Richtmagneten für sie auf den Boden innerhalb des Panzers ein Stückchen magnetisierter Stricknadel gelegt hatte. Darauf gelang denn die Astatierung mittels der zum Instrument gehörigen äußeren Magneten sehr gut, wenn auch nur nach großer Mühe. Da sich nun trotz dieses Panzers magnetische Störungen noch immer etwas bemerkbar machten, so wurde um das ganze Galvanometer nebst Aufhängung herum noch ein Zylinder aus weichem Eisen gesetzt von  $\frac{1}{2}$  cm Dicke, 75 cm Höhe und 62 cm Durchmesser. Vorn war wieder eine Öffnung zur Spiegelablesung, die — wie noch erwähnt sein möge — durch Fernrohr und Skala, welche 3 m vom Spiegel entfernt standen, vorgenommen wurde. Durch diesen zweiten Panzer war dann endlich die magnetische Störung auf ein Minimum herabgedrückt. Nur starke Funkeninduktoren, mit denen zeitweilig im Institut in ca. 30 m Entfernung gearbeitet wurde, machten sich noch bemerkbar. Mit diesem Instrument konnte ich die in Betracht kommenden Messungen mit voller Sicherheit anführen.

Gleichzeitig mit den Arbeiten am Galvanometer war mit der Aufstellung der Thermoelemente und der Glühlampe begonnen worden, wobei sich zahlreiche, nicht geringe Schwierigkeiten zeigten. Denn bei der Geringfügigkeit des zu erwartenden Effektes war natürlich die Möglichkeit sehr groß, daß ein solcher Effekt durch andere Ursachen verdeckt bzw. vorgetäuscht wurde. Wenn z. B. der Boden, auf dem die

Thermoelemente stehen, sich etwas verzieht, oder wenn die Elemente bei der Drehung gerüttelt werden und durch diese oder andere Ursachen der Lampe — und sei es nur um  $\frac{1}{4}$  mm — näher kommen, so ist ein nicht geringer Ausschlag im Galvanometer die Folge. Oder es ändert sich bei der Drehung die Umgebung der Elemente: es wird dann die veränderte Strahlung einen Ausschlag und zwar eventuell einen durchaus regelmäßigen hervorrufen. Es mußte sich also die nächste Umgebung mitdrehen und Einflüsse der weiteren Umgebung ausschließen. Ich gelangte so zur Konstruktion eines drehbaren Kastens, der zur Aufnahme der Elemente und der Lampe diente. Dieser Kasten entstand ganz allmählich, indem eine Störung nach der anderen beseitigt wurde. Die schließlich noch auftretenden, wohl kaum zu vermeidenden ließen sich durch geeignete Maßnahmen bei den Messungen eliminieren, wovon später noch die Rede sein wird. Der Kasten, wie er zuletzt benutzt wurde, bot dem Beschauer den Anblick einer geschlossenen Zinkblechtrommel von etwa  $\frac{1}{2}$  m Höhe und 1 m Durchmesser. Er stand vermittelt dreier Rollen auf einer  $\frac{1}{2}$  cm dicken Spiegelglasplatte, die auf einem festen Experimentiertische lag, und konnte um seine Mittelachse horizontal gedreht werden. Fig. 2 gibt einen Querschnitt durch den Apparat in der Richtung der Thermoelemente.

Auf einer kreisrunden Holzplatte *a*, an welcher die drei Rollen befestigt sind, liegt eine dicke Watteschicht, auf welche dann der eigentliche Kasten für die Elemente frei aufgesetzt ist. Dieser besteht aus dem kreisförmigen Holzboden *b*, der von einem nach innen mit Stanniol beklebten Pappezyylinder *c* rings umschlossen ist. Auf den Boden *b* sind Holzlatten aufgeschraubt, welche die Unterlage bilden für ein Zinkgefäß mit dem Boden *d* und der angelöteten, zylinderförmigen Wand *d'*. Die Zwischenräume zwischen *b* und *d*, *c* und *d'* sind mit Watte gefüllt. Trotz dieser Pappe-, Watte-, Zinkwand waren die innerhalb aufgestellten Thermoelemente doch noch nicht genügend gegen äußere Strahlung geschützt, z. B. gegen die der Sonne. Daher wurde um den Pappezyylinder noch eine Watteschicht und noch ein Zinkmantel *e* herumgelegt. Sowohl der Pappe- wie der innere Zinkzyylinder *dd'* sind nach oben hin durch abnehmbare, mit Latten versteifte Zinkdeckel *ff'* ge-

geschlossen. Der ganze innerste Raum war schwarz angestrichen, um eine Reflexion nach Möglichkeit zu verhindern. Die Thermoelemente und die Glühlampe wurden auf ein schmales, trockenes Brett *n* montiert, und dieses wurde auf den Boden *d* fest aufgeschraubt. Die Glühlampe war — natürlich in der Mitte — mit ihrer Fassung fest in einen in das Brett eingeleimten Holzsockel *k* eingeklemmt. Gebraucht wurde bei den Endversuchen eine gewöhnliche Glühlampe mit Kohleschleife zu 50 Kerzen,

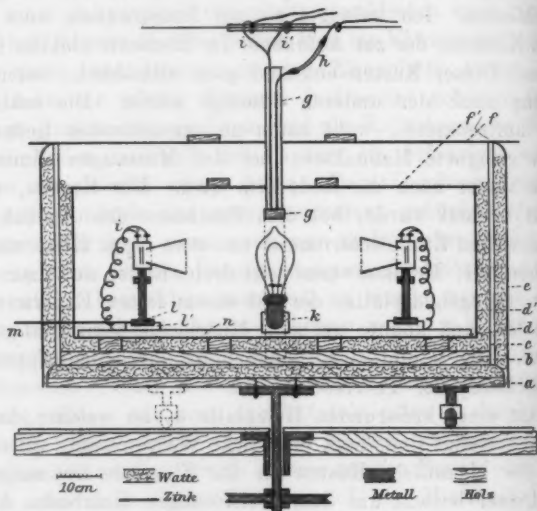


Fig. 2.

40 Volt und 7,75 Amp. Diese Lampe gab an die Thermoelemente nur etwa 5 mal soviel Wärme ab, wie eine gewöhnliche Stearin-kerze, und dies war bei Benutzung des d'Arsonval-Galvanometers viel zu wenig. Nachdem ich noch die Anwendung von Petroleum-lampen verschiedener Konstruktion, jedoch ohne Erfolg, versucht hatte, blieb mir, um die sonst sehr zweckmäßige und vor allem konstante Glühlampe weiter benutzen zu können, nur der Weg übrig, ein empfindlicheres Galvanometer aufzustellen, wovon ja schon die Rede gewesen ist. Zu beiden Seiten dieser Glühlampe standen nun die nach Rubens konstruierten Thermo-

elemente; diese waren mit ihrem schweren Metallfuß *l* in viereckige Holzklötzchen *l'* fest eingelassen. Letztere waren zwischen zwei Leisten in der Richtung auf die Lampe zu verschiebbar und zwar eines von außen her mittels der hölzernen Handhabe *m*. Zum Schutze gegen im Kasten auftretende Luftströmungen und gegen äußere Einflüsse hatte ich die Elemente zuerst in Watte gepackt und Holzkästen mit Zinkeinlage um sie herum gesetzt, sodaß nur zur Lampe hin eine Öffnung blieb. Die Elemente erhitzen sich aber dabei zu stark, auch war eine solche Umgebung bei der Erwärmung und Drehung zu inkonstant. Deshalb nahm ich die Kästen wieder fort, sodaß also schließlich die Thermoelemente frei etwa in der Mitte zwischen Glühlampe und Wand in dem Kasten standen.

Als Führung für die Leitungsdrähte war in den Boden *b* quer über die Glühlampe ein Holzgalgen *g* eingeleimt, von dem aus in der Mittelachse des ganzen Apparates eine Holzstange *g'* ins Freie führte. Die dicken, wie gewöhnlich isolierten Lichtdrähte gingen direkt am Holz entlang zur Lampe hin. Zur Thermostromleitung *ii'* wurde gewöhnlicher, gut isolierter Klingelleitungsdraht benutzt und zwar wurde er durch Glasröhren an der Stange entlang und über den Boden zu den Elementen geführt. Zuerst war im Kasten jeder Draht einzeln verlegt worden; da aber durch die Drehung die Fläche der Drähte ihre Stellung zum erdmagnetischen Feld änderte, und dadurch sehr störende Induktionsströme auftraten, wickelte ich die Drähte umeinander, nachdem ich sie durch eine dicke Gummibandwicklung noch besser isoliert hatte. Die Induktionsströme fielen von da ab vollständig fort. Etwa einen halben Meter über dem Apparat waren die Drähte an einem Glasrohr befestigt, das über einen quer durchs Zimmer straff gespannten Draht gezogen war. Die Lichtdrähte, die sofort an diesem Draht befestigt waren, hatten zwischen diesem und der Holzstange ein Verbindungsstück *h* aus ganz weicher Leitungsschnur, sodaß sie keinen Zug auf die Holzstange ausüben konnten; sie schlossen sich dann weiterhin an das von der Akkumulatorenbatterie des Instituts ausgehende Stromnetz an. Die Leitung von den Thermoelementen zum Galvanometer bez. zum Stromschlüssel wurde nur über bez. durch Glasröhren geführt; auch der Stromschlüssel stand auf einer Glas-

platte, sodaß die Isolation wohl nichts zu wünschen übrig ließ. Der Schlüssel bestand aus zwei Kupferbarren auf einer Hartgummiplatte, die durch einen Kupferstöpsel verbunden werden konnten; an jeder Barre war eine Klemmschraube, und alle diese Teile waren, um Thermostrome zu vermeiden, aus demselben Kupferblock gearbeitet. Außerdem wurde der Schlüssel während der Versuche durch ein darüber gestülptes Holzkistchen gegen äußere Bestrahlung geschützt. An der ganzen Leitung war nur eine Lötstelle, und diese war dick mit Watte umwickelt, sodaß also Thermostrome nicht mehr in Frage kamen.

Von dieser Lötstelle aus zweigte ein Draht ab, damit auch das Galvanometer allein eingeschaltet werden konnte,

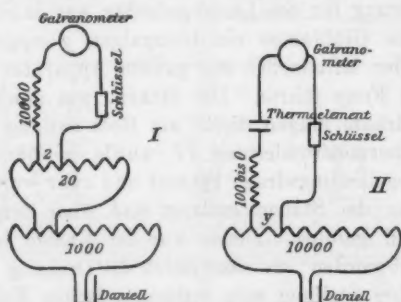


Fig. 3.

wie es zu Empfindlichkeitsbestimmungen nötig war. Diese wurde nach Fig. 3, Schema I gemacht; dabei ergibt sich, unter  $x$  den beobachteten Ausschlag verstanden, daß 1 Amp.  $x/2 \cdot 10^8$  Skt. liefert. Die Kraft, welche die Glühlampe in einem Thermoelemente erzeugt, wurde nach Schema II gemessen. Dabei war der Widerstand der Thermoelemente, Leitungsdrähte und des Galvanometers zusammen 15 Ohm. Es liefert also ein Thermoelement  $1,1/15 \cdot 10^{-4} y$  Amp. oder  $1,1/3 \cdot 10^8 xy$  Skt., wo  $y$  die Anzahl Ohm bedeutet, die man dem vom Strom eines Daniell durchflossenen Widerstand entnehmen muß. Von diesen Skalenteilen sind nach Fizeau  $1/1250$  bei der Drehung um  $180^\circ$  zu erwarten; es wäre also der zu erwartende Ausschlag  $0,29333 \dots xy$  Skt. In den Tabellen habe ich den hiernach berechneten nach Fizeau zu

erwartenden Ausschlag für jede Versuchsreihe angegeben. Bei dieser Berechnung, wie bisher überhaupt ist stillschweigend angenommen, daß die elektromotorische Kraft sich in gleicher Weise, wie die Intensität, ändere; ich unterwarf diese Annahme einer experimentellen Prüfung, wobei sie sich als vollkommen berechtigt herausstellte: es gaben nämlich zwei gleichartige Kerzen genau den doppelten Ausschlag, wie jede einzelne.

Ein für das Gelingen der Versuche nicht unwesentlicher Faktor war noch der ruhige und sichere Gang des Kastens beim Drehen, der dadurch erreicht wurde, daß der Kasten, wie schon erwähnt, mittels leicht sich drehender Rollen auf einer Spiegelglasplatte lief. Um ihn nun vom Beobachtungsplatze aus leicht bewegen zu können, war folgender Mechanismus angebracht. In der Mitte des Brettes *a*, an dem auch die Rollen befestigt sind, ist genau senkrecht nach unten hin eine Stahlstange angeschraubt, die durch die Glas- und Tischplatte hindurchgeht und in letzterer eine genau passend gedrehte, festgeschraubte Stahlführung besitzt. Unterhalb der Tischplatte ist auf die Stange eine Eisenrolle von 20 cm Durchmesser aufgeschraubt, die durch ein beim Beobachtungsplatz stehendes Treibrad von 30 cm Durchmesser mittels einer Schnur ohne Ende gedreht werden kann. So konnte ich bei gleichzeitiger Beobachtung die Stellung des Kastens beliebig variieren. Vielleicht ist noch erwähnenswert, daß dieser mitten im Zimmer stand, sodaß um ihn herum nach allen Seiten hin ein freier Raum von mindestens 2 m war. Dadurch wurden die äußeren Bedingungen in betreff der Temperatur, die in dem Zimmer durch die teilweise über 1 m dicken Wände und infolge davon, daß direkte Sonnenstrahlung durch Verkleben der Fenster mit dickem Packpapier abgehalten wurde, an und für sich schon recht gleichmäßig waren, womöglich noch gleichmäßiger gestaltet. Hiermit glaube ich alles Wesentliche über die zu den Versuchen benutzten Apparate gesagt zu haben.

Die Versuche selbst wurden nun in der Weise angestellt, daß eine Stunde vor Beginn der Beobachtungen die Glühlampe angezündet wurde, da die Erfahrung gezeigt hatte, daß sich erst dann im Kasten ein einigermaßen stationärer Zustand herstellte. Ferner wurde dann zwischen jeder Drehung und der zugehörigen Ablesung genau  $3\frac{1}{2}$  Min. gewartet, da



erst nach dieser Zeit die Ruhelage wieder erreicht war. Während der  $3\frac{1}{2}$  Min. schwankte die Nadel stark, und zwar ergaben sich, wenn alle halbe Minute abgelesen wurde, beispielsweise folgende Zahlen (das Drehen ist mit  $\vee$  bezeichnet):

215	$\vee$	215	230	315	250	225	250
215	$\vee$	200	205	295	285	260	246
220	$\vee$	215	350	300	290	253	270
260	$\vee$	270	260	280	320	310	265
245	$\vee$	240	320	350	315	287	280
268	$\vee$	u. s. w.					

Diese Schwankungen erkläre ich mir an der Hand der beistehenden Figur folgendermaßen: *A* und *B* seien die beiden Thermoelemente. In Stellung *I* seien sie kompensiert, wobei aber die *A* umgebende Luft aus irgend einem Grunde wärmer

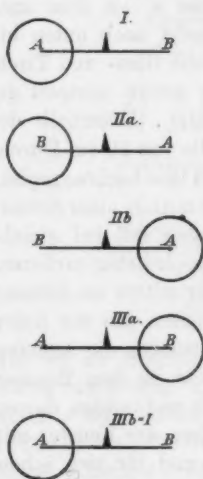


Fig. 4.

bleibe, als um *B*. Es könnte z. B. der nicht zu vermeidende Umstand, daß ein Element schwächer ist als das andere, und daher näher an der Lampe, also in wärmerer Luft steht, oder daß die Krümmung des Zinkzylinders hinter den Elementen verschieden ist, diese Erscheinung hervorrufen. Drehe ich nun, so dreht sich die Luft nicht mit: *B* kommt in wärmere, *A* in kältere Luft (*IIa*) und wir erhalten einen Ausschlag. Erst allmählich stellt sich der dem Kasten eigentümliche Zustand wieder her, so daß *A* wieder in wärmerer Luft steht (*IIb*), und damit der Ausschlag wieder verschwunden ist. Drehe ich dann wieder, so tritt dieselbe Erscheinung auf, wie es Stellung *IIIa* und *IIIb* = *I* zeigen: wir erhalten immer einen Ausschlag nach derselben Seite hin, was dem tatsächlichen Befunde vollkommen entspricht.

Während der langen Zeit, die so zwischen den einzelnen Messungen gewartet werden mußte, war natürlich die Möglichkeit sehr groß, daß sich der Kompensationspunkt z. B. durch langsames Verziehen infolge von Erwärmung änderte. Da ein derartiger „Drift“, der manchmal auch sprunghaft vor sich



ging, natürlich nichts mit einem etwaigen Einfluß der Erdbewegung zu tun hat, so entfernte ich ihn aus den Resultaten durch eine, wie man zugeben wird, vollkommen statthafte Rechnung. Dieser Drift zeigte sich dadurch, daß die Nadel bei der Rückdrehung in die erste Stellung nicht in ihre alte Lage zurückkehrte; diesen Ausschlag brachte ich auf die Ausschläge bei der einzelnen Drehung in Anrechnung. In den Tabellen, die ich jetzt folgen lasse, habe ich mit  $a$  die Stellung bezeichnet, in der das von außen bewegbare Element nach Osten stand, und entsprechend  $b, c, d$  für Süden, Norden, Westen. Unter dieser Stellungenbezeichnung steht in der zweiten Reihe jeder Tabelle die entsprechende, beobachtete Zahl; in den vier weiteren Reihen ist der Unterschied zwischen je zwei Stellungen ausgerechnet, also z. B. zwischen  $a$  und  $c$ , zwischen  $a$  und dem nächsten  $a$  etc. In der Vertikalreihe rechts sind die Durchschnittswerte dieser Unterschiede angegeben und zwar für  $a:a$  bez.  $c:c$  etc. durch 2 dividiert, entsprechend ihrer Verwertung zur Korrektur der anderen Zahlen. In der untersten Reihe ist dann noch der nach Fizeau zu erwartende Ausschlag angegeben. Die Zeitangabe zählt vom Augenblick der ersten Ablesung bis zu dem der letzten.

18. November, abends 10<sup>34</sup> bis 10<sup>54</sup>.

$a$	$c$	$a$	$c$	$a$	$c$
265	262	263	260	274	278

$a:c$	-3	-3	+4	+0,7
$a:a$	-2	+11		+2,2
$c:a$	-1	+14		+7,5
$c:c$	-2	+18		+4,0

Zu erwartender Ausschlag: 66,0

19. November, mittags 12<sup>00</sup> bis 12<sup>35</sup>.

$c$	$a$	$c$	$a$	$c$	$a$	$c$	$a$	$c$	$a$	$c$
165	155	175	175	165	170	175	170	170	185	190

$a:c$	+20	-10	+5	±0	+5	+4,0
$a:a$	+20	-5	±0	+15		+3,8
$c:a$	-10	±0	+5	-5	+15	+1,0
$c:c$	+10	-10	+10	-5	+20	+2,5

Zu erwartender Ausschlag: 88,0

19. November, nachmittags 6<sup>14</sup> bis 6<sup>49</sup>.

	a	c	a	c	a	c	a	c	a	c	a
	215	215	220	260	245	268	235	250	248	247	
a:c	±0		+40		+23		-33		-2		+5,6
a:a		+5		+25		+23		-18		-3	+3,2
c:a			+5		-15		±0		+15		-1
c:c				+45		+8		-33		+13	+4,1

Zu erwartender Ausschlag: 84,0

19. November, abends 10<sup>07</sup> bis 10<sup>43</sup>.

	a	c	a	c	a	c	a	c	a	c	a
	218	212	220	220	218	230	255	239	260	258	267
a:c		-6		±0		+12		-16		-2	-2,4
a:a			+2		-2		+37		+5		+7
c:a				+8		-2		+25		+21	+9
c:c					+8		+10		+9		+19

Zu erwartender Ausschlag: 88,0

20. November, mittags 12<sup>16</sup> bis 12<sup>51</sup>.

	a	c	a	c	a	c	a	c	a	c	a
	338	340	325	310	355	358	351	358	350	342	337
a:c		+2		-15		+3		+7		-8	-2,2
a:a			-13		+30		-4		+1		-13
c:a				-15		+45		-7		-8	-5
c:c					-30		+48		±0		-6

Zu erwartender Ausschlag: 68,0

20. November, nachmittags 5<sup>12</sup> bis 5<sup>47</sup>.

	a	c	a	c	a	c	a	c	a	c	a
	368	375	345	352	350	362	345	358	364	378	400
a:c		+7		+7		+12		+13		+14	+10,0
a:a			-23		+5		-5		+19		+36
c:a				-30		-2		-17		+6	+22
c:c					-23		+10		-4		+20

Zu erwartender Ausschlag: 84,0

20. November, abends 11<sup>00</sup> bis 11<sup>44</sup>.

a	c	a	c	a	c	a	c	a	c	a
343	380	400	412	491	428	423	431	480	440	460

a:c	+37	+12	-8	+8	+10	+12,8
a:a	+57	+31	-8	+7	+30	+11,7
c:a	+20	+19	-5	-1	+20	+10,6
c:c	+32	+16	+3	+9		+7,5

Zu erwartender Ausschlag: 84,0

21. November, mittags 11<sup>50</sup> bis 12<sup>20</sup>.

a	c	a	c	a	c	a	c	a	c	a
140	165	200	205	195	200	210	225	210	235	255

a:c	+25	+5	+5	+15	+25	+15,0
a:a	+60	-5	+15	±0	+45	+11,5
c:a	+35	-10	+10	-15	+20	+8,0
c:c	+40	-5	+25	+10		+8,7

Zu erwartender Ausschlag: 84,0

21. November, nachmittags 5<sup>35</sup> bis 6<sup>00</sup>.

a	c	a	c	a	c	a	c	a	c	a
404	408	422	430	430	435	440	442	454	450	462

a:c	+4	+8	+5	+2	-4	+3,0
a:a	+18	+8	+10	+14	+12	+6,2
c:a	+14	±0	+5	+12	+12	+8,6
c:c	+22	+5	+7	+8		+6,0

Zu erwartender Ausschlag: 84,0

21. November, abends 12<sup>00</sup> bis 12<sup>35</sup>.

a	c	a	c	a	c	a	c	a	c	a
230	221	220	198	230	222	228	230	260	258	255

a:c	-9	-12	-8	+2	-2	-5,8
a:a	-10	+10	-2	+32	-5	+2,5
c:a	-1	+32	+6	+30	-3	+14,8
c:c	-23	+24	+8	+28		+4,6

Zu erwartender Ausschlag: 84,0

23. November, mittags 12<sup>11</sup> bis 12<sup>40</sup>.

	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
	221	224	220	213	176	165	168	143	152
<i>a:c</i>	+3		-7		-11		-25		-10,0
<i>a:a</i>	-1		-44		-8		-16		-8,8
<i>c:a</i>		-4		-37		+3		+9	-7,3
<i>c:c</i>		-11		-48		-22			-18,5

Zu erwartender Ausschlag: 73,0

23. November, nachmittags 6<sup>00</sup> bis 6<sup>35</sup>.

	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
	182	198	212	205	214	207	210	206	237
<i>a:c</i>	+16		-7		-7		-4		+7
<i>a:a</i>	+30		+2		-4		+27		+33
<i>c:a</i>		+14		+9		+3		+31	+34
<i>c:c</i>		+7		+2		-1		+38	+5,8

Zu erwartender Ausschlag: 73,0

23. November, abends 10<sup>25</sup> bis 11<sup>00</sup>.

	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
	328	336	380	345	358	350	356	375	385
<i>a:c</i>	+8		-35		-8		+19		+13
<i>a:a</i>	+52		-22		-2		+29		+10
<i>c:a</i>		+44		+13		+6		+10	-3
<i>c:c</i>		+9		+5		+25		+23	+7,7

Zu erwartender Ausschlag: 73,0

24. November, nachmittags 6<sup>30</sup> bis 6<sup>50</sup>.

	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>
	513	515	520	502	518	508	530	560	580
<i>b:d</i>	+2		-18		-10		+30		+1,0
<i>b:b</i>		+7		-2		+12		+50	+8,4
<i>d:b</i>		+5		+16		+22		+20	+15,7
<i>d:d</i>		-13		+6		+52			+7,5

Zu erwartender Ausschlag: 147,0

24. November, abends 11<sup>40</sup> bis 11<sup>45</sup>.

	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>
	360	342	360	370	370	375	380	465	490	504	510
<i>b:d</i>	-18		+10		+5		+85		+14		+19,2
<i>b:b</i>	±0		+10		+10		+90		+20		+18,0
<i>d:b</i>	+18		±0		+5		+25		+6		+10,8
<i>d:d</i>	+28		+5		+90		+39				+20,2

Zu erwartender Ausschlag: 131,0

25. November, nachmittags 6<sup>15</sup> bis 6<sup>45</sup>.

	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>
	440	448	457	460	478	475	475	468	505	530	548
<i>b:d</i>	+8		+3		-4		-7		+25		+5,0
<i>b:b</i>	+17		+21		-3		+30		+48		+10,8
<i>d:b</i>	+9		+18		±0		+37		+18		+16,4
<i>d:d</i>	+12		+15		-7		+62				+10,2

Zu erwartender Ausschlag: 117,0

25. November, abends 12<sup>11</sup> bis 12<sup>46</sup>.

	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>b</i>
	445	452	480	492	473	485	490	490	482	485	480
<i>b:d</i>	+7		+12		+12		±0		+3		+6,8
<i>b:b</i>	+35		-7		+17		-8		-2		+3,5
<i>d:b</i>	+28		-19		+5		-8		-5		+0,2
<i>d:d</i>	+40		-7		+5		-5				+4,1

Zu erwartender Ausschlag: 107,0

26. November, nachmittags 6<sup>35</sup> bis 6<sup>46</sup>.

	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
	260	264	285	267	273	269	264
<i>a:c</i>	+4		-18		-4		-6,0
<i>a:a</i>	+25		-12		-9		+0,7
<i>c:a</i>	+21		+6		-5		+7,3
<i>c:c</i>	+3		+2				+1,2

Zu erwartender Ausschlag: 117,0

26. November, abends 11<sup>00</sup> bis 11<sup>35</sup>.

	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
	425	480	480	425	480	435	480	488	480	491	485
<i>a</i> : <i>c</i>	+5		-5		+5		+8		+11		+4,8
<i>a</i> : <i>a</i>	+5		±0		+50		±0		+5		+6,0
<i>c</i> : <i>a</i>		±0		+5		+45		-8		-6	+7,2
<i>c</i> : <i>c</i>		-5		+10		+53		+3			+7,6

Zu erwartender Ausschlag: 117,0

Die folgenden Angaben sind in Prozent des nach Fizeau zu erwartenden Ausschlages ausgedrückt.

Mittags ca. 12 Uhr.

Datum	<i>a</i> : <i>c</i>	<i>c</i> : <i>a</i>	Korrektur
19. XI.	+ 4,54	+1,14	- 3,54
20. XI.	- 2,50	+2,27	- 0,91
21. XI.	+17,86	+9,52	-12,05
23. XI.	-13,70	-9,93	+15,15
Durchschn.:	+ 1,55	+0,75	- 0,34

Mit Korrektur:

$$a:c = + 1,21, \quad c:a = + 0,41.$$

Abends ca. 12 Uhr.

Datum	<i>a</i> : <i>c</i>	<i>c</i> : <i>a</i>	Korrektur
18. XI.	+ 1,06	+11,86	- 4,70
19. XI.	- 2,73	+13,86	- 6,05
20. XI.	+15,24	+12,62	-11,43
21. XI.	- 6,90	+17,62	- 4,24
23. XI.	- 0,82	+19,18	-10,00
26. XI.	+ 4,10	+ 6,15	- 5,85
Durchschn.:	+ 1,66	+13,46	- 7,05

Mit Korrektur:

$$a:c = - 5,39, \quad c:a = + 6,41.$$

Mittags und abends zusammen:  $a:c = - 2,09, \quad c:a = + 3,41.$ 

Nachmittags ca. 6 Uhr.

Datum	<i>a</i> : <i>c</i>	<i>c</i> : <i>a</i>	Korrektur
19. XI.	+ 6,67	+ 0,95	- 4,36
20. XI.	+12,62	- 5,00	- 2,13
21. XI.	+ 3,57	+10,24	- 6,81
23. XI.	+ 1,37	+24,93	-10,00
26. XI.	- 5,13	+ 6,27	- 0,82
Durchschn.:	+ 3,82	+ 7,48	- 4,82

Mit Korrektur:  $a:c = - 1,00, \quad c:a = + 2,66.$

Nachmittags ca. 6. Uhr.

Abends ca. 12 Uhr.

Datum	$b:d$	$d:b$	Korrektur
24. XI.	+0,67	+10,67	-5,41
25. XI.	+4,28	+14,01	-9,00
Durchschn.:	+2,47	+12,34	-7,20

Mit Korrektur:

$$b:d = -4,78, \quad d:b = +5,14.$$

Datum	$b:d$	$d:b$	Korrektur
24. XI.	+14,66	+8,24	-12,69
25. XI.	+6,85	+0,19	-3,56
Durchschn.:	+10,50	+4,21	-8,12

Mit Korrektur:

$$b:d = +2,38, \quad d:b = -3,91.$$

Von diesen Resultaten ist das wichtigste das aus denjenigen Messungen erhaltene, welche in der Ost-West-Richtung des mittags und abends ca. 12 Uhr vorgenommen sind, denn um diese Zeit und in dieser Richtung ist die in Betracht kommende Resultante der Erdbewegung, also auch ihr etwaiger Einfluß am stärksten. Da ergibt sich nun für die Drehung  $a:c$ : -2,09 Proz. und für  $c:a$ : +3,41 Proz., also rund ein Ausschlag von  $\mp 3$  Proz., anstatt nach Fizeau  $\mp 100$  Proz. Ob dieser Ausschlag nun wirklich durch die Erdbewegung hervorgerufen ist, oder ob er auf Versuchsfehler zurückzuführen ist, ist nicht leicht zu entscheiden; für ersteres spricht der Umstand, daß bei derselben Drehung auch des nachmittags ein Ausschlag und zwar nach derselben Richtung hin vorhanden ist, ein Ausschlag, wie er sich in geringerer Größe aus der Bewegung der Erde um ihre Achse berechnen ließe. Für die zweite Auffassung sprechen entschieden die Resultate aus der Nord-Süd-Stellung, nach denen um 12 Uhr ein Ausschlag von  $\pm 3$  Proz. — also gerade entgegengesetzt, wie bei der Ost-West-Stellung — und um 6 Uhr ein solcher von  $\mp 5$  Proz. entstand, während überhaupt keiner hätte auftreten dürfen. Nach meiner Überzeugung hat die Erdbewegung keinen Einfluß auf die Verteilung der Intensität der Licht- und Wärmestrahlung, oder höchstens einen solchen, der von der zweiten Potenz des Quotienten aus Licht- und Erdgeschwindigkeit abhängig, also jedenfalls nach der von Fizeau vorgeschlagenen Methode so gut wie unmeßbar ist.

Vorliegende Arbeit wurde im physikalischen Institut der Universität zu Bonn angefertigt. Für das Wohlwollen, das

der Direktor desselben, Hr. Prof. Dr. Kayser, mir stets gezeigt hat, möchte ich ihm auch an dieser Stelle meinen Dank ausdrücken. Ganz besonders aber gilt mein Dank Hrn. Privatdozent Dr. Bucherer, der mir bei der Ausführung der Versuche jederzeit in liebenswürdigster Weise mit Rat und Tat zur Seite gestanden und mir die zu den Versuchen nötigen Apparate freundlichst zur Verfügung gestellt hat.

Bonn, Neujahr 1903.

(Eingegangen 10. März 1903.)



**5. Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit  
von Argon und Helium nach der Methode von  
Schleiermacher;  
von Walther Schwarze.**

(Der Teil über Argon ist ein Auszug aus der Dissertation des Verfassers.)

Die kinetische Gastheorie liefert zwischen dem Koeffizienten der Wärmeleitung  $k$  und dem der Reibung  $\eta$  die Beziehung <sup>1)</sup>:

$$k = f \cdot \eta \cdot c_v.$$

$c_v$  ist die spezifische Wärme bei konstantem Volumen,  $f$  ein konstanter Faktor, der nach den Rechnungen von Conran und Neugebauer = 1,6027 ist. Dies sollte für einatomige Gase am besten zutreffen. Es war deshalb für die kinetische Gastheorie von großer Bedeutung, die jetzt bekannten einatomigen Gase daraufhin zu untersuchen.

Auf Anregung und mit freundlicher Unterstützung des Hrn. Prof. Dr. Dorn habe ich im Winter 1901—1902 die Wärmeleitungsfähigkeit von Argon und zum Vergleich auch die von Luft nach der Methode von Schleiermacher untersucht. <sup>2)</sup> Ende 1902 konnte ich den früheren Versuchen noch die über Helium hinzufügen.

**Grundidee der Methode.**

Nach Schleiermacher <sup>3)</sup> wird ein in der Achse eines Glasrohres, welches das Gas enthält, ausgespannter Platindraht durch einen galvanischen Strom erwärmt. Wenn die

1) O. E. Meyer, Die kinet. Theorie der Gase, 2. Aufl., Math. Züsätze, p. 128. 1899.

2) W. Schwarze, Inaug.-Diss. Halle 1902.

3) A. Schleiermacher, Wied. Ann. **34**, p. 623. 1888.

Glaswand auf konstanter Temperatur erhalten bleibt, wird nach kurzer Zeit auch die Temperatur des Drahtes stationär. Man mißt Stromstärke und Widerstand des Drahtes und erhält daraus die durch Leitung und Strahlung dem Draht entzogene Wärme. Ist ferner die Änderung des Widerstandes mit der Temperatur bekannt, so ist durch den Widerstand auch die Temperatur des Drahtes bestimmt. Hat man die Dimensionen des Apparates ermittelt, so besitzt man alle Daten zur Berechnung der Leitungsfähigkeit des Gases, wenn die durch Strahlung übergeführte Wärme für sich durch besondere Versuche ermittelt worden ist.

Dies Verfahren wurde deswegen gewählt, weil es gestattet, mit einer relativ kleinen Gasmenge lange dauernde Beobachtungen auszuführen, ohne daß man eine Verunreinigung zu befürchten hat.

#### I. Beschreibung der Apparate. <sup>1)</sup>

In der Achse eines Glasrohres  $GG'$  ist ein dünner Platindraht ausgespannt; an  $a$  ist ein dickerer Platindraht, an  $a'$  eine Stahl- und darin befindliche Kupferdrahtspirale und an deren Enden ebenfalls ein dickerer Platindraht  $P'$  angelötet. Die Stahlfeder ist leicht gespannt und zieht den Draht  $aa'$ , wenn er durch den galvanischen Strom erwärmt wird und sich ausdehnt, wieder straff, sodaß er immer in der Achse der Röhre bleibt.

Sämtliche Lötungen sind mit Feingold ausgeführt. Die noch dünneren Platindrähte  $e$  und  $e'$  sind an den Enden vorher galvanisch vergoldet, einmal um den Draht  $aa'$  herumgeschlungen und dadurch angelötet, daß man den Draht  $aa'$  durch einen starken galvanischen Strom zum Glühen brachte. Hierdurch wird die Lötstelle sehr fein und die Verhältnisse in der Nähe derselben am wenigsten modifiziert.  $e$  und  $e'$  sind an ihren Enden wieder an dickere Platindrähte angelötet.

Die dickeren Platindrähte sind in Glas eingeschmolzen und darüber Röhren angesetzt, die zur Aufnahme von Quecksilber dienen. Die Röhre  $p$  führt zur Luftpumpe. Die Glas-

1) Fig. 1. der Dissertation.

bläserarbeit der beiden verwendeten Apparate wurde von Hrn. F. O. R. Götze, Leipzig, ausgeführt.

## II. Maße der Apparate und ihre Bestimmung.

Der Durchmesser der Platindrähte  $aa'$  wurde mikroskopisch und aus Masse und spezifischem Gewicht bestimmt, die Länge mit dem Kathetometer gemessen. Der innere Durchmesser der Glasröhren wurde folgendermaßen ermittelt: Die vorhergehenden und folgenden Stücke der Glasröhren, aus welchen die Röhren  $GG'$  angefertigt wurden, wurden an einem Ende zugeschmolzen und mit Quecksilber gefüllt, die Höhe des Quecksilbers mit dem Kathetometer gemessen, ein Teil des Quecksilbers vorsichtig abgesaugt, die Höhe wieder gemessen und das abgesaugte Quecksilber gewogen.

Aus dieser Wägung wurde unter Berücksichtigung der Temperatur des Quecksilbers der innere Durchmesser und mittels Kathetometer der äußere bestimmt.

Die Differenz beider ergab die Glasdicke. Auf diese Weise erhielt man die Glasdicke zu beiden Seiten der Röhren  $GG'$ . Für jede Röhre wurde aus den beiden Messungen das Mittel genommen. Nun wurde an den Röhren selbst mit dem Kathetometer an vielen Stellen der äußere Durchmesser ermittelt. Die Differenz des äußeren Durchmessers und der mittleren Glasdicke ergab die lichte Weite der Röhren. Dies Verfahren wurde deshalb angewandt, um die Apparate nach den Beobachtungen nicht zerbrechen zu müssen.

Die Messungen ergaben:

	Apparat I	Apparat II
Länge des Platindrahtes . . .	420,2 mm	417,0 mm
Zwischen den Elektroden . . .	340,23 „	341,62 „
Durchmesser des Drahtes <sup>1)</sup> . . .	0,4038 „	0,4014 „
Länge der Elektroden . . . .	15,0 „	15,0 „
Durchmesser der Elektroden . .	0,1 „	0,1 „
Lichter Durchmesser der Röhren	23,710 „	15,054 „
Dicke der Glaswand . . . . .	0,849 „	0,596 „
Widerstand $w_0$ bei 0° . . . .	0,47454 $\Omega$	0,47059 $\Omega$

1) Mikroskop: I = 0,4040, II = 0,4018 mm,

Wägen: I = 0,4036, II = 0,4010 mm.

## III. Versuchsanordnung.

Der Apparat liegt horizontal in einem Kasten aus Weißblech von etwa 15 Liter Inhalt, welcher das Bad von konstanter Temperatur enthält. Der Apparat ist so aufgehängt, daß man den Kasten darunter hinwegnehmen kann, und steht auf einem Tische, welcher auf einer auf das Kellergewölbe des Instituts aufgemauerten Steinplatte ruht.

An die Röhre  $p$  ist ein Glasrohr angeschmolzen, welches mit Blattgold gefüllt ist, um Quecksilberdämpfe vom Wärmeleitungsapparat abzuhalten. Der ganze Apparat wurde durch eine Kundtsche Glasfeder mit einer Töplerpumpe verbunden.

Um jeden mit Fett gedichteten Hahn zu vermeiden, konnte die Verbindung nach außen durch ein U-förmiges Glasrohr<sup>1)</sup> mit Quecksilber abgedichtet werden, sodaß der ganze Apparat nur durch Quecksilber und Glas verschlossen war.

Bei den Versuchen wurde der Platindraht  $aa'$ <sup>2)</sup> durch einen galvanischen Strom erwärmt, den eine Batterie von 1—2 Akkumulatoren lieferte. Außer dem Platindraht lag in diesem Stromkreise eine Einheit<sup>3)</sup> von 1 Ohm von Wolff, geprüft in der Reichsanstalt, ein Ampèremeter von Siemens & Halske und, um eine bestimmte Stromstärke zu erhalten, ein Regulierwiderstand von etwa 75 Ohm.

Von der Einheit ging eine Abzweigung durch einen Rheostaten  $R$  zu einem Draht des Differentialgalvanometers  $G$ . Von den beiden Elektroden  $e$  und  $e'$  ging eine zweite Abzweigung durch den zweiten Galvanometerdraht, und zwar so, daß die Ströme die Drähte in entgegengesetztem Sinne durchliefen.

Bei schwachem Hauptstrom — etwa 0,03 A. — wird in  $R$  so viel Widerstand eingeschaltet, daß der Galvanometerspiegel in Ruhelage bleibt. Der Temperaturüberschuß des Drahtes ist hierbei merklich gleich Null. In gleicher Weise wird bei starkem Hauptstrom (bis zu 0,5 A.), der den Draht auf die gewünschte Temperatur bringen soll, verfahren. Man erhält aus diesen Beobachtungen  $w_0$  und  $w_1$ .

1) Fig. 3 der Dissertation.

2) Fig. 2 der Dissertation.

3) Die Einheit war aus Manganin und befand sich in einem Petroleumbad von Zimmertemperatur.

Der Widerstand jeder Galvanometerrolle betrug ca. 600 Ohm und wurde, weil er sich mit der Zimmertemperatur veränderte, vor und nach jeder Beobachtung mit Hilfe eines zweiten Galvanometers bestimmt; auch wurden die Zuleitungen und Widerstände der Elektroden  $e$  und  $e'$  bei  $0^\circ$  und  $100^\circ$  berücksichtigt.

Die Einstellung des kompensierenden Widerstandes in  $R$  konnte nur bis zu 0,1 Ohm geschehen; die weitere bis zu 0,01 Ohm erhielt man durch Interpolation.

Das Galvanometer (Kohlrausch) stand auf einer in die Wand eingelassenen Steinplatte und war, um äußere Einflüsse möglichst abzuhalten, mit einem aus Transformatorblech gewickelten Mantel umgeben. Es hatte eine Empfindlichkeit von 1 mm Skt. =  $2 \cdot 10^{-9}$  A.; Abstand der Skala gleich 2 m.

Der Widerstand  $R$  war ein neuer Kurbelrheostat aus Manganin von Wolff, von Hrn. Prof. Dorn selbst entworfen und geprüft. Die Stromstärke im Hauptstrom wurde durch ein Ampèremeter von Siemens & Halske gemessen; seine Angaben wurden mit einem Silbervoltmeter verglichen. Man konnte 0,0001 Amp. ablesen.

Die Stromstärke blieb während der Beobachtungen konstant, Thermoströme wurden nicht bemerkt, würden auch durch Wenden des Hauptstromes unschädlich gemacht sein. Für jede Beobachtung wurden vier Ablesungen gemacht, zwei bei kommutiertem Hauptstrom und zwei bei kommutiertem Strome in den Abzweigungen.

#### IV. Theorie der Beobachtungen.

Die Gleichung für stationären Zustand bei radialer Wärmeleitung in dem Raume zwischen zwei Zylinderflächen ist

$$0 = \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr},$$

wo  $r$  den Radius und  $u$  die Temperatur bedeutet.

Die Lösung hierfür ist  $u = C \log r + C'$ ; ist ferner  $u_1$  die Temperatur des Drahtes,  $u_2$  die des Bades,  $r_1$  der Radius des Drahtes,  $r_2$  der der Röhre, so wird

$$C = \frac{u_1 - u_2}{\log r_1 - \log r_2}.$$

Wenn  $k$  der Koeffizient der Wärmeleitungsfähigkeit des Gases ist, so ist die durch Leitung dem Draht entzogene Wärme für die Fläche 1

$$= -k \frac{du}{dr},$$

also:

$$= k \frac{u_1 - u_2}{r_1 (\log r_2 - \log r_1)}$$

für die ganze Länge  $L$  zwischen den Elektroden (Fläche gleich  $2\pi r_1 L$ )

$$= k \frac{2\pi L (u_1 - u_2)}{\log r_2 - \log r_1}.$$

Die im Platindraht entwickelte Wärmemenge  $Q$  muß aber gleich der durch Leitung und Strahlung ( $S$ ) fortgeführten sein. Wir erhalten also in Grammkalorien/Sekunden

$$Q = k \frac{2\pi L (u_1 - u_2)}{\log r_2 - \log r_1} + S.$$

Nach Joules Gesetz ist aber  $Q = 0,239 i^2 w_0 (1 + \alpha u_1)$ , wenn  $\alpha$  der Temperaturkoeffizient der Widerstandsänderung der Platindrähte ist,  $i$  in Ampère und  $w$  in Ohm gemessen sind. Durch Gleichsetzung folgt:

$$0,239 i^2 w_0 (1 + \alpha u_1) = k \frac{2\pi L (u_1 - u_2)}{\log r_2 - \log r_1} + S,$$

daraus läßt sich  $k$  berechnen:

$$k = \frac{[0,239 i^2 w_0 (1 + \alpha u_1) - S u_1] (\log r_2 - \log r_1)}{2\pi L (u_1 - u_2)},$$

$S u_1$  ist die für  $u_1$  berechnete Strahlung.

Die Strahlung wird durch besondere Versuche ermittelt, für die entsprechende Temperatur  $u_1$  in Grammkalorien umgerechnet und von der entwickelten Wärmemenge abgezogen. Die Temperatur  $u_1$  des Drahtes wurde aus dem Widerstande  $w_0$  desselben bei  $0^\circ$  und dem Widerstande  $w_{u_1}$  bei  $u_1^\circ$  durch sukzessive Näherung auf Grund der Beziehung  $w_{u_1} = w_0 (1 + \alpha u_1)$  ausgerechnet. Es war deshalb nötig, den Temperaturkoeffizienten der Widerstandsänderung der Platindrähte möglichst genau zu bestimmen.

#### V. Bestimmung des Temperaturkoeffizienten der Widerstandsänderung der Platindrähte.

a) Bevor die Drähte in die Apparate eingeschmolzen waren, wurde der Temperaturkoeffizient der Widerstands-

änderung nach F. Kohlrausch mit übergreifendem Nebenschluß bestimmt, und zwar für Draht I. und einen zweiten Draht B, der später zu Grunde ging.

Die Drähte befanden sich in einem Petroleumbade; der eine wurde auf möglichst konstanter Temperatur gehalten, der andere auf 10°, dann auf 20° und zuletzt auf 30°. Die Messungen ergaben:

Mittlerer Temperaturkoeffizient zwischen 0° und					
10°		20°		30°	
I	B	I	B	I	B
0,0021034	0,0021040	0,0020997	0,0021000	0,0020957	0,0020960
21037	21035	21001	20996	20963	20964
21043	21035	20990	20998	20958	20956
Mittel: 0,0021038		Mittel: 0,0020997		Mittel: 0,0020959	

Es ergibt sich für den Temperaturkoeffizienten im Mittel:  
 $\alpha = 0,0021078 - 0,0000004$ .

b) Da, wie schon oben erwähnt, der mit B bezeichnete Draht zu Grunde ging, mußte ich einen neuen nehmen und bestimmte nun den Temperaturkoeffizienten nochmals, nachdem die Drähte schon in die Apparate eingeschmolzen waren.

Bei immer schwachem Hauptstrom, sodaß also der Draht keinen meßbaren Temperaturüberschuß hatte, wurde zuerst bei 0° aus dem kompensierenden Widerstand in R (Fig. 2) der Widerstand des Drahtes ermittelt, dann wurde der Apparat auf 100° erhitzt und wieder in R kompensiert. Um eventuelle Änderungen der Widerstände in den Zweigkreisen zu eliminieren, wurde die erste Einstellung bei 0° wiederholt. Außerdem wurden ähnliche Messungen zwischen 0° und 50° ausgeführt, um die Abhängigkeit des Koeffizienten von der Temperatur zu finden. Die Temperaturen um 50° wurden im Wasserbade durch Regulierung von Brennern erhalten und an zwei korrigierten Thermometern abgelesen. Das Wasserbad wurde durch eine Wasserschnecke in Bewegung gehalten, die von einer Turbine getrieben wurde.



Die Messungen ergaben folgende Werte:

Mittlerer Temperaturkoeffizient zwischen  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ}$

Apparat I	Apparat II
0,0020703	0,0020684
20684	20640
20680	20668
Mittel: 0,0020689	Mittel: 0,0020664

Mittlerer Temperaturkoeffizient zwischen  $0^{\circ}$  und  $50^{\circ}$

Apparat I	Apparat II
0,0020886	0,0020868
20873	20870
20884	20864
Mittel: 0,0020881	Mittel: 0,0020867

Die Messungen zeigen, daß der Temperaturkoeffizient mit steigender Temperatur abnimmt. Die Drähte waren von einem Stück abgeschnitten, und da ihre Werte nahe übereinstimmen, wurden die Mittelwerte 0,0020677 und 0,0020874 zur Berechnung genommen. Es ergibt sich für den Temperaturkoeffizienten der Widerstandsänderung der Platindrähte der Wert:  $\alpha = 0,0021077 - 0,0000004 u$ . Die unter a) gefundenen Werte stimmen mit den unter b) ermittelten sehr gut überein.

#### VI. Strahlungsversuche.

Um die Werte für die Strahlung zu ermitteln, wurden die Apparate vor den Versuchen 12 Stunden lang im Luftbade auf etwa  $200^{\circ}$  erhitzt und mit einer Quecksilberluftpumpe nach Toepler-Hagen ausgepumpt. Während des Auspumpens wurden die Drähte durch einen starken Strom (bis 2,36 A.) häufig bis zur Rotglut erhitzt. Das Leuchten ist bekanntlich sehr stark von der Temperatur abhängig. Man konnte an den Stellen, wo die Elektroden angelötet waren, eine zu beiden Seiten etwa 1 cm lange dunklere Färbung des Platindrahtes wahrnehmen; nach den Enden zu hatte der Draht dieselbe Färbung wie in der Mitte. Bei den Versuchen selbst wurde das Vakuum geprüft und unverändert gefunden; außerdem wurde während der Beobachtungen die tiefste Biegung der Kundtschen Glasfeder<sup>1)</sup>, welche Apparat und Pumpe verbindet,

1) Fig. 3 b der Dissertation.



in feste Kohlensäure gesteckt, um Quecksilberdämpfe zu kondensieren. Die Messungen sind entsprechend den Verhältnissen bei den Wärmeleitungsversuchen angestellt.  $u$  gleich Temperatur des Drahtes,  $u'$  die des Bades (die Siedetemperaturen wurden an zwei korrigierten Thermometern abgelesen),  $S$  die ausgestrahlten Wärmemengen im Grammkalorien pro Sekunde. Die Quotienten  $S/(T^4 - T'^4)$ , wo  $T$  und  $T'$  die absoluten Temperaturen von Draht und Bad sind, sollten nach dem Stefan'schen Strahlungsgesetz für „schwarze“ Strahlung konstant sein. Wie die Tabellen zeigen, nehmen sie mit steigender Temperatur langsam ab.

Tabelle I.  
Apparat I.

$u' = 0^\circ$			$u' = 99,8^\circ$		
$u$	$S$ in g-Kal. pro Sek.	$S/(T^4 - T'^4)$	$u$	$S$ in g-Kal. pro Sek.	$S/(T^4 - T'^4)$
4,85°	0,0002955	$7,290 \cdot 10^{-13}$	103,72°	0,000676	$7,624 \cdot 10^{-13}$
7,89	4868	7,265	109,55	1469	6,992
12,28	7590	7,104	116,11	2410	6,679
32,79	0,002207	6,921	116,14	2407	6,656
46,50	3944	6,874			

Tabelle II.  
Apparat II.

$u' = 0^\circ$			$u' = 100,00^\circ$		
$u$	$S$ in g-Kal. pro Sek.	$S/(T^4 - T'^4)$	$u$	$S$ in g-Kal. pro Sek.	$S/(T^4 - T'^4)$
2,89°	0,0001846	$7,718 \cdot 10^{-13}$	103,67°	0,0005128	$6,638 \cdot 10^{-13}$
3,78	3580	7,406	108,81	1214	6,405
9,11	5645	7,246	114,12	1990	6,417
25,59	0,001711	7,146	120,67	2987	6,409
37,65	2618	6,952			

Die Strahlung hat bei den vorliegenden Versuchen nur einen kleinen Anteil, im günstigsten Falle beträgt sie  $\frac{1}{100}$  der Wärmeleitung, im ungünstigsten  $\frac{1}{200}$ . Danach würde ein Irrtum bei den Strahlungsversuchen um 10 Proz. im ersten Falle noch nicht ganz  $\frac{1}{8}$  Proz., im letzten etwa  $\frac{1}{2}$  Proz. Unterschied auf das Endresultat der Beobachtungen ausmachen.

## VII. Versuche mit Luft.

Die Füllung der Apparate mit Luft geschah auf folgende Weise. Die Füllkugel  $q^1$ ) wurde so tief gesenkt, daß das U-Rohr  $u$  frei wurde, dann wurde der Hahn  $c$  geöffnet und das ganze System bis zum Hahne  $c'$  vollkommen ausgepumpt. Durch Öffnen des Hahnes  $c'$  konnte die Luft langsam eingelassen werden. Die zu den Versuchen benutzte Luft ging erst durch eine Waschflasche mit Kalilauge, dann durch eine zweite mit konzentrierter Schwefelsäure; daran schloß sich ein 30 cm langes mit Natronkalk und Phosphorpentoxyd je zur Hälfte gefülltes Trockenrohr, zuletzt das 50 cm lange, nur Phosphorpentoxyd enthaltende Trockenrohr  $a'$ , welches direkt an das System angeschmolzen war; die übrigen Verbindungen waren mit dickwandigen Gummischläuchen hergestellt. Nachdem das System mehrfach gespült und der zu den Anfangsbeobachtungen gewünschte Druck, welcher an dem mit Kathetometer kalibrierten Manometer der Luftpumpe abgelesen werden konnte, vorhanden war, wurde die Füllkugel  $q$  wieder gehoben, sodaß das Hg im U-Rohr  $u$  den Apparat nach außen abspernte. Die Absperrung blieb während der sämtlichen Beobachtungen. Der Apparat ist also mit trockener, kohlenstofffreier Luft gefüllt. Nun wurden die Versuche unter den in III. angegebenen Bedingungen ausgeführt. Es dauerte etwa 15 Min., bis der Draht eine stationäre Temperatur hatte. Der Temperaturüberschuß wurde in den Grenzen von  $5-12^\circ$  gewählt, weil bei höheren Temperaturen infolge der schlechten Wärmeleitfähigkeit des Glases die innere Wand des Apparates eine merklich höhere Temperatur haben würde als die äußere, und dieser Umstand eine Ungenauigkeit in die Berechnung bringen würde.

Die folgenden Tabellen geben die Resultate der Beobachtungen an.  $u'$  ist die Temperatur des Bades,  $u - u'$  der Temperaturüberschuß des Platindrahtes gegen die Umgebung,  $p$  der Druck des Gases in Millimetern Quecksilber,  $L + S$  die durch Leitung und Strahlung,  $S$  die allein durch Strahlung,  $L$  die allein durch Leitung übergeführte Wärmemenge in

<sup>1)</sup> Fig. 3 der Dissertation.

Grammkalorien pro Sekunde.  $L/u-u'$  eine der Leitungsfähigkeit proportionale Größe.

Tabelle III.  
Apparat I. Luft.

p mm	Bad $u' = 0^\circ$				
	$u - u'$	$L + S$ in g-Kal. pro Sek.	$S$	$L$	$L/u - u'$
100,4	7,69°	0,02895	0,00047	0,02847	0,008054
81,0	7,77	2416	48	2368	3048
65,6	7,65	2384	47	2337	3055
49,0	7,69	2405	47	2358	3066
35,3	7,68	2400	47	2353	3063
23,8	7,75	2416	48	2368	3055
—	5,62	1744	34	1710	3042
9,6	7,78	2416	48	2368	3048
—	5,68	1753	35	1719	3027
5,2	7,84	2417	48	2368	3022
—	5,65	1753	35	1718	3040
1,8	7,27	2118	45	2073	2853
—	5,00	1435	30	1405	2810
0,6	8,32	2162	51	2111	2537
—	5,29	1420	32	1388	2622

Tabelle IV.  
Apparat I. Luft.

p mm	Bad = siedendes Wasser				
	$u - u'$	$L + S$ in g-Kal. pro Sek.	$S$	$L$	$L/u - u'$
23,8	12,29°	0,04886	0,00175	0,04711	0,008384
—	7,84	3070	114	2957	3769
9,6	12,47	4937	178	4759	3816
—	7,80	3083	113	2970	3809
5,2	8,42	3327	123	3204	3805
—	6,65	2626	99	2527	3801
1,8	8,76	3207	127	3080	3518
—	6,68	2460	98	2362	3563
—	6,82	2460	99	2361	3545

Tabelle V.

Apparat II. Luft.

$p$ mm	Bad $u' = 0^\circ$				
	$u - u'$	$L + S$ in g-Kal. pro Sek.	$S$	$L$	$L/u - u'$
92,2	7,86°	0,02777	0,00049	0,02728	0,008470
—	6,20	2194	39	2156	3478
73,8	7,86	2732	49	2683	3412
—	6,24	2165	39	2126	3407
55,8	7,83	2721	49	2672	3415
—	6,21	2155	39	2116	3410
43,8	6,11	2125	38	2087	3417
27,8	7,68	2664	48	2617	3408
18,2	6,06	2095	38	2057	3392
9,8	6,12	2095	38	2057	3363
4,8	7,84	2665	49	2617	3340

Tabelle VI.

Apparat II. Luft.

$p$ mm	Bad = siedendes Wasser				
	$u - u'$	$L + S$ in g-Kal. pro Sek.	$S$	$L$	$L/u - u'$
73,8	7,19°	0,03172	0,00090	0,03082	0,004290
43,8	7,14	3147	92	3054	4278
27,8	7,20	3148	95	3053	4240
18,2	7,13	3134	94	3041	4283
9,8	5,70	2472	75	2397	4206
4,8	7,22	3070	96	2974	4119

Die Werte für  $L/u - u'$  würden nach Schleiermacher der Wärmeleitungsfähigkeit bei den Temperaturen  $u' + \frac{1}{2}(u - u')$  entsprechen. In den folgenden Tabellen sind sie mit Hilfe des sich aus ihnen ergebenden Temperaturkoeffizienten<sup>1)</sup> auf 0 bez. 100° umgerechnet.

1) Vgl. Tabelle IX.

Tabelle VII.

Apparat I. Luft.

p mm	Bad $u' = 0$		Bad $u' = 100^\circ$	
	$u - u'$	$L_0 / u - u'$	$u - u'$	$L_{100} / u - u'$
100,4	7,69°	0,003025	—	—
81,0	7,77	3019	—	—
65,6	7,85	3027	—	—
49,0	7,69	3037	—	—
35,8	7,68	3035	—	—
23,8	7,75	3025	12,29°	0,003792
—	5,62	3022	7,84	3747
9,6	7,78	3014	12,47	3774
—	5,68	3005	7,80	3785
5,2	7,84	2991	8,42	3777
—	5,65	3018	6,65	3781
1,8	7,27	2827	6,63	3544
—	5,00	2792	8,76	3492
0,6	8,32	2506	—	—
—	5,29	2603	—	—

Tabelle VIII.

Apparat II. Luft.

p mm	Bad $u' = 0^\circ$		Bad $u' = 100^\circ$	
	$u - u'$	$L_0 / u - u'$	$u - u'$	$L_{100} / u - u'$
92,2	7,86°	0,003437	—	—
—	6,20	3452	—	—
73,8	7,86	3377	7,19°	0,004263
—	6,24	3380	—	—
55,8	7,83	3382	—	—
—	6,21	3383	—	—
43,8	6,11	3391	7,14°	0,004251
27,8	7,68	3376	7,20	4213
18,2	6,06	3366	7,13	4235
9,8	6,12	3337	5,70	4181
4,8	7,84	3309	7,22	4093

Die Zahlenwerte, soweit sie unmittelbar vergleichbar sind, stimmen in befriedigender Weise überein. Bei sehr niedrigen Drucken nimmt die Leitungsfähigkeit merklich ab. Für die Berechnung von  $L_0/u-u'$  wurde das Druckintervall merklich konstanter Leitung benutzt. Es sind dies bei Apparat I die Werte für die Drucke 100,4 mm – 5,2 mm, für Apparat II für die Drucke 73,8 mm – 4,8 mm. In beiden Fällen sind die Mittelwerte genommen.

Mittelwerte:

Apparat I  
0,003020

Apparat II  
0,003367

Aus diesen Zahlen ergeben sich die Wärmeleitfähigkeiten  $k_0$  bei 0° unter Benutzung der Formel

$$k_0 = \frac{-L_0}{u-u'} \cdot \frac{\log r_1 - \log r_2}{2\pi L}.$$

Apparat I  
 $k_0 = 0,00005753$

Apparat II  
 $k_0 = 0,00005685$

Mittelwert aus beiden Apparaten für Luft  $k_0 = 0,00005719$ .

Da ich die Wärmeleitfähigkeit bei 0 und 100° bestimmt habe, habe ich auf Grund der Formel  $k = k_0(1 + \gamma u)$  den Temperaturkoeffizienten  $\gamma$  ausgerechnet. Die folgende Tabelle enthält die Resultate.

Tabelle IX.

Temperaturkoeffizient für Luft.

Apparat I.		Apparat II.	
Luft		Luft	
$p$	$\gamma$	$p$	$\gamma$
23,8	0,002537	73,8	0,002625
—	2399	43,8	2536
9,6	2523	27,8	2480
—	2595	18,2	2581
5,2	2627	9,8	2530
—	2527	4,8	2371
1,8	2536		
—	2506		

Mittel: 0,002531

Mittel: 0,002520

Mittelwert aus beiden Apparaten für Luft  $\gamma = 0,00253$ .

Zum Vergleich führe ich die von Schleiermacher<sup>1)</sup>, Winkelmann<sup>2)</sup> und Egon Müller<sup>3)</sup> bestimmten Temperaturkoeffizienten an:

Schleiermacher:	Winkelmann:	Egon Müller:
$\gamma = 0,00281$	$\gamma = 0,00190$	$\gamma = 0,00196$

Der von mir bestimmte Temperaturkoeffizient liegt zwischen dem von Schleiermacher und Müller bestimmten, ist aber immer noch erheblich größer als letzterer.

### VIII. Darstellung des Argons.

Bei der Herstellung des Argons habe ich mich im wesentlichen an die Arbeit des Hrn. H. Schultze<sup>4)</sup> gehalten.

Das Argon wurde bis auf eine letzte Operation nach der von Ramsay und Travers<sup>5)</sup> gegebenen Methode dargestellt.

Die Absorption des Sauerstoffs und Stickstoffs wurde in drei Stufen ausgeführt. In der ersten wurde der Sauerstoff durch rotglühendes metallisches Kupfer entfernt; in der zweiten wurde der argonhaltige Stickstoff zweimal über glühendes metallisches Magnesium geführt; in der dritten wurde das nun an Argon reiche Gas durch Überleiten über eine rotglühende Mischung von Magnesium und wasserfreiem Kalk von den Resten des Stickstoffs und durch rotglühendes Kupferoxyd von Wasserstoff befreit. Hiermit war die Darstellung des Argons beendet, das Funken des Argons in Sauerstoff wurde nicht vorgenommen.

### Analyse des Argons.

Die Analyse des Argons wurde während der dritten Operation ausgeführt. Nachdem das System (Fig. 4) vollkommen

1) A. Schleiermacher, Wied. Ann. 34. p. 637. 1888.

2) A. Winkelmann, Wied. Ann. 54. p. 177 u. 429. 1891.

3) E. Müller, Sitzungsber. d. physik.-med. Sozietät zu Erlangen Heft 83. p. 85. 1901.

4) H. Schultze, Inaug.-Dissert. Halle 1901.

5) W. Ramsay u. M. W. Travers, Zeitschr. f. physik. Chem. 28. p. 241 ff. 1899.

evakuiert war und mit dem Durchdrücken des Gases begonnen werden konnte, wurde der Hahn *t* geschlossen und die Toepler-Hagensche Pumpe an *Q* angelegt, bis zum Hahn *q* evakuiert und dann die Pumpe abgesperrt. Vor dem Absperrungshahn war noch eine Geißleröhre eingeschaltet, die mit einem von 3 Akkumulatoren getriebenen kleinen Induktionsapparat in Verbindung stand.

Nach 14 maligem Durchdrücken zeigten sich im Spektrum 1. Argonlinien, 2. Quecksilberlinien, sonst nichts, nach Herabsetzung des Druckes auf 2,4 mm auch nur Argon. Im ganzen wurde das Gas 16 mal durchgedrückt und vollkommen gereinigt.

Zur Dichtebestimmung des Argons diente der in Fig. 5 angegebene Apparat. Die Glaskugel *a* von etwa 60 ccm Inhalt steht durch ein enges Glasrohr und den Hahn *t* mit dem 3 cm weiten, 18 cm hohen Zylinder *β* in Verbindung, der unten in einen kurzen, 1,2 cm weiten Ansatz endet.

Bei der Dichtebestimmung habe ich mich wörtlich an die Ausführungen des Hrn. H. Schultze<sup>1)</sup> gehalten.

Die Wägungen stimmten sehr gut überein. Die Abweichungen der an beiden Wagen bestimmten Massen des Argons vom Mittelwert betrug  $\frac{1}{10}$  Proz. Als Dichte des Argons ergab sich

$$19,948$$

bezogen auf Sauerstoff gleich 16.

Nach Rayleigh<sup>2)</sup> und Ramsay ist die Dichte des reinen, von Neon, Xenon, Krypton noch nicht befreiten Argons 19,94. Das vorliegende Argon ist also rein, abgesehen von den kleinen Mengen der genannten Gase.

#### IX. Versuche mit Argon.

Die Füllung der Apparate geschah in ähnlicher Weise wie bei den Versuchen mit Luft. Die Gaspipette, in der sich

1) H. Schultze, Inaug.-Dissert. Halle 1901.

2) Lord Rayleigh, Proc. Roy. Soc. 59. 1896.



das Argon befand, wurde durch ein dickwandiges Gummischlauchstück an das Trockenrohr  $a^1$ ) angeschlossen; dann wurde die Füllkugel  $q$  gesenkt, sodaß das U-Rohr frei wurde, und die Hähne  $c$  und  $c'$  geöffnet. Hierauf wurde bis zum Hahn der Gaspipette scharf evakuiert, der Hahn  $c'$  geschlossen und der der Gaspipette geöffnet und dann wieder geschlossen. Wenn man nun den Hahn  $c'$  öffnete, trat das Argon in den Apparat ein und hatte den gewünschten Druck von ca. 100 mm Hg. Nachdem die Hähne  $c$  und  $c'$  wieder geschlossen und durch Heben der Füllkugel der Apparat abgesperrt war, konnte mit den Versuchen begonnen werden. Die Messungen wurden in derselben Weise durchgeführt wie bei Luft.

In den folgenden Tabellen sind die Resultate angegeben.

Tabelle X.  
Apparat I. Argon.

p mm	Bad $u' = 0^\circ$				
	$u - u'$	$L + S$ in g-Kal. pro Sek.	$S$	$L$	$L/u - u'$
95,4	10,16°	0,02252	0,00063	0,02190	0,002155
—	10,11	2221	62	2158	2135
—	6,55	1473	40	1432	2187
70,6	9,87	2209	61	2148	2177
48,2	9,87	2149	61	2088	2115
—	8,04	1744	50	1694	2107
40,2	9,89	2149	61	2088	2111
—	8,01	1735	49	1686	2104
30,2	9,85	2129	61	2068	2100
—	7,91	1717	49	1668	2108
22,2	9,89	2129	61	2068	2090
—	7,98	1717	49	1668	2091
14,8	10,31	2221	64	2158	2092
—	7,45	1602	46	1556	2088
11,2	10,28	2201	64	2138	2079
2,4	10,47	2142	65	2077	1985
—	7,62	1568	47	1521	1996

1) Fig. 3 der Dissertation.

Tabelle XI.

Apparat I. Argon.

$p$ mm	Bad: siedendes Wasser.				
	$u - u'$	$L + S$ in g-Kal. pro Sek.	$S$	$L$	$L/u - u'$
48,2	8,97°	0,02515	0,00125	0,02890	0,002663
—	6,64	1839	94	1745	2629
40,2	8,96	2481	130	2352	2631
—	6,49	1810	97	1713	2639
—	8,94	2481	129	2352	2633
30,2	8,92	2481	126	2354	2638
22,2	8,84	2444	124	2321	2627
—	6,49	1799	91	1708	2632
14,8	8,81	2444	123	2321	2634
—	6,46	1799	110	1689	2615
11,2	8,14	2529	130	2398	2624
—	6,78	1871	99	1772	2618

Tabelle XII.

Apparat II. Argon.

$p$ mm.	Bad $u' = 0^\circ$				
	$u - u'$	$L + S$ in g-Kal. pro Sek.	$S$	$L$	$L/u - u'$
72,2	9,38°	0,02249	0,00058	0,02191	0,002348
—	7,58	1827	47	1780	2348
62,6	9,34	2249	58	2191	2347
52,4	8,21	1969	51	1918	2337
—	7,50	1790	47	1744	2326
42,6	8,24	1969	51	1918	2329
30,2	8,16	1950	51	1899	2327
—	7,44	1772	46	1726	2319
21,6	8,17	1950	51	1899	2324
9,6	8,24	1950	51	1899	2304
—	7,47	1763	46	1717	2299
5,2	8,22	1922	51	1871	2277
2,2	7,99	1810	50	1761	2206

Tabelle XIII.  
Apparat II. Argon.

p mm	Bad: siedendes Wasser.				
	$u - u'$	$L + S$ in g-Kal. pro Sek.	$S$	$L$	$L/u - u'$
72,2	9,36°	0,02913	0,00122	0,02791	0,002981
63,6	8,47	2587	105	2482	2931
52,4	8,45	2587	105	2482	2939
42,6	7,47	2283	91	2191	2935
30,2	7,45	2283	91	2192	2942
21,6	7,43	2240	96	2144	2884
9,6	7,45	2228	96	2133	2864
5,2	7,07	2088	98	1989	2815

In den folgenden Tabellen sind die Werte von  $L/u - u'$  mit Hülfe des sich aus ihnen ergebenden Temperaturkoeffizienten auf 0° bez. 100° umgerechnet.

Tabelle XIV.  
Apparat I. Argon.

p mm	Bad $u' = 0^\circ$		Bad $u' = 100^\circ$	
	$u - u'$	$L_0/u - u'$	$u - u'$	$L_{100}/u - u'$
95,4	10,16°	0,002127	—	—
—	10,11	2108	—	—
—	6,55	2169	—	—
70,6	9,87	2150	—	—
48,2	9,87	2087	8,97°	0,002644
—	8,04	2085	6,64	2616
40,2	9,89	2085	8,96	2613
—	8,01	2085	6,49	2611
—	—	2082	8,94	2624
30,2	9,85	2073	8,92	2619
—	7,91	2087	—	—
22,2	9,89	2063	8,84	2608
—	7,98	2069	6,49	2620
14,8	10,31	2064	8,81	2616
—	7,45	2068	6,46	2609
11,2	10,28	2051	9,14	2603
—	—	2051	6,78	2598
2,4	10,47	1956	—	—
—	7,62	1976	—	—

Tabelle XV.

Apparat II. Argon.

p mm	Bad $u' = 0^\circ$		Bad $u' = 100^\circ$	
	$u - u'$	$L_0/u - u'$	$u - u'$	$L_{100}/u - u'$
72,2	9,33°	0,002319	9,36°	0,002955
—	7,58	2324	—	—
62,6	8,84	2319	8,47	2911
52,4	8,21	2312	8,45	2919
—	7,50	2303	—	—
42,6	8,24	2304	7,47	2917
30,2	8,16	2302	7,45	2924
—	7,44	2296	—	—
21,6	8,17	2301	7,43	2865
9,6	8,24	2280	7,45	2846
—	7,47	2278	—	—
5,2	8,22	2255	7,07	2796
2,2	7,99	2183	—	—

Die Zahlenwerte stimmen befriedigend überein. Bei sehr niedrigen Drucken nimmt die Leitungsfähigkeit ebenso wie bei Luft merklich ab. Für die Berechnung wurde wieder das Intervall merklich gleicher Werte von  $L_0/u - u'$  benutzt, also für Apparat I die Werte für die Drucke 48,2 mm — 11,2 mm, für Apparat II für die Drucke 72,2 mm — 5,2 mm. In beiden Fällen sind die Mittelwerte genommen.

Mittelwerte:

Apparat I

Apparat II

0,002073

0,002300

Aus diesen Zahlen ergeben sich die Wärmeleitfähigkeiten  $k$ , bei  $0^\circ$ .

Apparat I

Apparat II

0,00003949

0,00003883

Mittelwert aus beiden Apparaten für Argon  $k_0 = 0,00003916$ .

Die folgende Tabelle enthält die Berechnungen für die Temperaturkoeffizienten, die genau wieder so ermittelt wurden, wie die von Luft.

Tabelle XVI.

Temperaturkoeffizient für Argon.

Apparat I.

Apparat II.

Argon		Argon	
$p$	$\gamma$	$p$	$\gamma$
48,2	0,002668	72,2	0,002743
—	2546	62,6	2549
40,2	2534	52,4	2624
—	2525	42,6	2662
—	2602	30,2	2701
30,2	2633	21,6	2451
22,2	2641	9,6	2481
14,8	2660	5,2	2396
—	2675		
—	2590		
11,2	2691		
—	2667		

Mittel: 0,002619

Mittel: 0,002576

Mittelwert aus beiden Apparaten: für Argon  $\gamma = 0,00260$ .

Der Temperaturkoeffizient von Argon unterscheidet sich demnach nicht wesentlich von dem für Luft.

#### X. Untersuchung der Fehlerquellen.

Die Dimensionen der Apparate sind so genau bestimmt wie nur möglich, sodaß nach dieser Richtung hin keine erhebliche Ungenauigkeit in die Berechnung der Versuche kommen kann.

Es bleibt nun noch zu untersuchen, welchen Einfluß die Ableitung erstens durch die dünnen Elektroden, zweitens durch die Enden am Hauptdraht hat, ferner, welchen Einfluß der Temperatursprung im Gase an der Wand der Glasröhre, und welchen die Dicke des Glases selbst hat.

Für die niedrigsten und höchsten benutzten Temperaturen des Platindrahtes bei niedrigstem und höchstem Druck wurde der Wärmeverlust durch die dünnen Elektroden für Apparat I und II ausgerechnet und zwar für die Wärmeleitungsversuche und auch für die Strahlung.

Der Wärmeverlust wurde durch eine Annäherungsrechnung bestimmt. Die Elektroden wurden als Stäbe, die auf einer Seite auf konstanter Temperatur gehalten wurden, angenommen; die „äußere Wärmeleitfähigkeit“  $h$  aus den Versuchen unter Zugrundelegung des Newton-Lambertschen Gesetzes berechnet als  $h = i^2 w / 4,18 \cdot 2 r \pi l n$ . Nun wurde die Wärmemenge, die durch den ersten Querschnitt der Elektrode geht, also dem Hauptdraht pro Sekunde entzogen wurde, berechnet nach  $f = \frac{1}{2} u \sqrt{p' h q' k}$ ; da zwei Elektroden vorhanden sind, hat man das Zweifache zu nehmen.  $p'$  = Umfang des ersten Querschnittes der Elektrode,  $q'$  = Querschnitt,  $k$  = Wärmeleitfähigkeit des Platins.

Man kennt die in der Sekunde im Hauptdraht entwickelte Wärmemenge  $w$ , kann also nun den Bruchteil der durch die Elektroden fortgeführten berechnen gleich  $2 f / w$ . Diese Rechnung wurde für die Leitungs- und Strahlungsversuche ausgeführt. Die Differenz beider Rechnungen ergab, daß man  $k_0$  für Luft um  $\frac{1}{200}$  und  $k_0$  für Argon um  $\frac{1}{180}$  verkleinern muß.

In ähnlicher Weise wurde der Wärmeverlust des Hauptdrahtes nach den Enden zu berechnet.

Die Ableitung durch die Enden hatte keinen nennenswerten Einfluß.

Der Fehler, der durch den Temperatursprung im Gase<sup>1)</sup> an der Glaswand entsteht, würde ca.  $\frac{1}{2000}$  Vergrößerung der Leitfähigkeit ausmachen, ist also zu vernachlässigen.

Der Fehler, welcher durch das schlechte Leitvermögen des Glases entsteht, ist verschwindend klein.

Als Endresultat für die Wärmeleitfähigkeit von Luft und Argon erhält man demnach:

$$\begin{array}{ll} \text{Luft:} & \text{Argon:} \\ k_0 = 0,000\,056\,90, & k_0 = 0,000\,038\,94. \end{array}$$

In letzter Zeit habe ich auch von Helium den Wärmeleitungskoeffizienten bestimmt.

#### Versuchsanordnung.

An der Versuchsanordnung habe ich einiges geändert. Es waren diesmal beide Apparate zugleich an die Röhre

1) E. Gehrcke, Ann. d. Phys. 2. p. 102. 1900.

angeschmolzen, sodaß die Versuche nebeneinander gemacht werden konnten, und zwar mit derselben Füllung, mit demselben Drucke und auch bei derselben Temperatur.

Infolge der Einführung einer Oberleitung für die elektrische Straßenbahn, die in der Nähe des Institutes vorbeiführt, war mein früher benutztes Differentialgalvanometer unbrauchbar geworden. Ich habe jetzt ein Panzerdifferentialgalvanometer<sup>1)</sup> nach Dubois-Rubens, das nach Angaben des Hrn. Prof. Dr. Dorn von Siemens & Halske hergestellt war, benutzt; ebenso habe ich zur Bestimmung des Widerstandes der Galvanometerrollen ein Panzergalvanometer verwandt.

Der starke Hauptstrom, der den Platindraht auf die gewünschte Temperatur bringen soll, wurde bei diesen Versuchen bis zu 1,128 Amp. gesteigert.

#### Darstellung des Heliums.

Das von mir benutzte Helium war von Hrn. Dr. H. Schultze<sup>2)</sup> zu seinen Reibungsversuchen hergestellt worden. Es wurde von mir noch einmal gereinigt und die Dichte neu bestimmt. Die spektroskopische Analyse ergab dasselbe Resultat wie früher.<sup>3)</sup> Das Helium war frei von H, O, N, C und besaß nur eine geringe Beimengung, wahrscheinlich von Neon. Seine Dichte war 2,083 bezogen auf O = 10. (Nach Dr. Schultze gleich 2,084). Reines Helium hat die Dichte 1,98 und reines Neon 9,97, sodaß das Gas etwa 1,25 Volumenprocente Neon enthalten hat.

Die Füllung der Apparate geschah in derselben Weise wie bei Argon.

#### Versuche mit Helium.

Die Messungen wurden genau so durchgeführt wie bei Luft und Argon.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate angegeben. Die Werte für  $L/u - u'$  sind mit Hülfe der sich aus ihnen ergebenden Temperaturkoeffizienten<sup>4)</sup> auf  $L_0/u - u'$  bez.  $L_{100}/u - u'$  umgerechnet.

1) Empfindlichkeit bei 2 m Skalenabstand: 1 mm Skt. gleich  $7 \cdot 10^{-10}$  A.

2) H. Schultze, Ann. d. Phys. 6. p. 303. 1901.

3) H. Schultze, l. c. p. 307.

4) Vgl. Tab. XIX.

Tabelle XVII.

Apparat I. Helium.

$p$ mm	Bad $u' = 0^\circ$		Bad $u' = 100^\circ$	
	$u - u'$	$L_0/u - u'$	$u - u'$	$L_{100}/u - u'$
70,9	7,41°	0,01801	—	—
56,0	7,63	1792	7,38°	0,02351
—	7,62	1814	—	—
47,8	7,64	1806	7,28	2380
—	7,63	1828	—	—
42,1	7,66	1802	7,20	2326
—	7,66	1800	—	—
34,7	7,77	1775	7,21	2322
27,9	8,02	1712	—	—
20,6	8,05	1704	6,95	2402
—	7,94	1721	7,14	2340
—	7,93	1720	7,30	2290
—	7,98	1719	—	—
15,8	8,16	1676	8,10	2043

Tabelle XVIII.

Apparat II. Helium.

$p$ mm	Bad $u' = 0^\circ$		Bad $u' = 100^\circ$	
	$u - u'$	$L_0/u - u'$	$u - u'$	$L_{100}/u - u'$
70,9	9,25°	0,01973	—	—
56,0	7,20	1965	8,08°	0,02564
—	7,19	1964	—	—
47,8	7,09	1956	6,83	2488
—	7,09	1953	—	—
42,1	7,06	1958	6,29	2680
—	7,06	1961	—	—
20,6	7,42	1854	6,90	2460
—	7,54	1831	6,99	2426
15,8	7,69	1791	—	—

Die Übereinstimmung der Zahlenwerte halte ich für befriedigend. Bei niedrigen Drucken nimmt die Leitungsfähig-



keit ebenso wie bei Luft und Argon ab. Für die Berechnung wurde wieder das Intervall merklich gleicher Werte von  $L_0/u-u'$  benutzt. Es sind dies bei Apparat I und II die Werte für die Drucke 70,9 mm — 42,1 mm. In beiden Fällen sind die Mittelwerte genommen.

Mittelwerte:

Apparat I	Apparat II
0,01806	0,01961

Aus diesen Zahlen ergeben sich die Wärmeleitfähigkeiten  $k_0$  bei 0°.

Apparat I	Apparat II
0,0003441	0,0003312

Mittelwert aus beiden Apparaten für Helium  $k_0 = 0,0003376$ .

Die folgende Tabelle enthält die Berechnungen für die Temperaturkoeffizienten, die genau wie früher ermittelt wurden.

Tabelle XIX.

Temperaturkoeffizient für Helium.

p mm	Apparat I	Apparat II
	Helium	Helium
	$\gamma$	$\gamma$
56,0	0,00312	0,00305
47,8	318	272
42,1	291	369
34,7	308	—
20,6	371	327
—	357	325
—	332	—
—	332	—
15,8	219	—

Mittel: 0,003155      Mittel: 0,003196

Mittelwert aus beiden Apparaten für Helium  $\gamma = 0,00318$ .

Der Temperaturkoeffizient ist etwas größer als bei Luft und Argon.

Auch bei Helium habe ich die Fehlerquellen in der früher angeführten Weise untersucht. Die Ableitung durch die dünnen

Elektroden hat eine Verkleinerung für  $k_0$  um  $\frac{1}{466}$  zur Folge, die Ableitung nach den Enden eine Vergrößerung von  $\frac{1}{700}$  und die schlechte Leitung des Glases eine Vergrößerung von  $\frac{1}{261}$ .

Als Endresultat für die Wärmeleitfähigkeit von Helium erhalte ich demnach:

$$\text{Helium: } k_0 = 0,0003386.$$

Zum Schluß stelle ich die erhaltenen Resultate noch einmal zusammen.

Luft:	Argon:	Helium:
$k_0 = 0,00005690$	$k_0 = 0,00003894$	$k_0 = 0,0003386$

Der Wert von Luft ist in guter Übereinstimmung mit den Beobachtungen von Winkelmann<sup>1)</sup> und E. Müller<sup>2)</sup> 0,0000568 bez. 0,000056).

Die Werte für Argon und Helium sind größer, als sie nach der kinetischen Gastheorie erwartet werden konnten. Diese verlangt zwischen dem Koeffizienten der Wärmeleitung  $k$ , dem der Reibung  $\eta$  und der spezifischen Wärme bei konstantem Volumen  $c_v$  eine Beziehung<sup>3)</sup>, die ausgedrückt ist durch die Formel:

$$k = f \cdot \eta \cdot c_v.$$

Conran und Neugebauer<sup>4)</sup> fanden theoretisch  $f = 1,6027$ .

Benutzt man für  $k_0$  bei Argon den oben angeführten Wert, außerdem nach H. Schultze<sup>5)</sup> für  $\eta_0 = 0,0002104$  und ferner für  $c_v$  nach Dittenberger<sup>6)</sup>  $0,1233/1,667 = 0,0740$  (was sicher nahe zutrifft), so erhält man für  $f$  den Wert:

$$f = 2,501.$$

Für Helium ist der Reibungskoeffizient an demselben Material von H. Schultze<sup>7)</sup> für  $0^\circ$  gefunden  $\eta = 0,0001891$ .

1) A. Winkelmann, Wied. Ann. 48. p. 180. 1893.

2) E. Müller, Wied. Ann. 60. p. 82. 1897.

3) O. E. Meyer, Die kinetische Theorie der Gase, 2. Aufl., math. Zusätze p. 128. 1899.

4) O. E. Meyer, l. c.

5) H. Schultze, Diss. Halle 1901 und Ann. d. Phys. 5. p. 140. 1901.

6) W. Dittenberger, Diss. Halle 1897.

7) H. Schultze, Ann. d. Physik 6. p. 302. 1901.

Die spezifische Wärme bei konstantem Volumen gleich 0,7142 ermittle ich aus den Beziehungen:

$$\frac{c_p}{c_v} = f \quad \text{und} \quad c_p = \frac{f}{f-1} \cdot \frac{R}{E}.$$

Für einatomige Gase ist  $f = 1,667$  und  $R$  ist gleich 29,27/0,1439, da die Dichte des benutzten Heliums bezogen auf Luft gleich 0,1439 ist.  $E$  ist das mechanische Wärmeäquivalent gleich 427.

Setzt man die Werte für  $k_0$ ,  $\eta_0$  und  $c_v$  in die oben genannte Formel ein, so erhält man für den Faktor  $f$  den Wert:

$$f = 2,507.$$

Demnach ist der Faktor  $f$  für einatomige Gase nahe 2,50.<sup>1)</sup> Dieses Ergebnis steht in nahem Einklang mit den Rechnungen von Wüllner<sup>2)</sup> über den — ebenso wie Argon und Helium — einatomigen Quecksilberdampf, für welchen der Faktor 3,15 sein müßte.

Daß die Versuche durch Konvektionsleitung merklich falsch wären, ist nicht anzunehmen:

Erstens stimmen die Versuche für Luft mit den besten von Winkelmann und E. Müller ermittelten sehr gut überein.

Zweitens hat O. Mehliß<sup>3)</sup> nach der Stefan-Winkelmannschen Methode, die doch von der Schleiermacherschen so grundverschieden ist, bei Argon für  $k_0$  den Wert 0,000038 gefunden.

Drittens wäre eine derartige Übereinstimmung des Faktors  $f$  bei Argon und Helium sehr merkwürdig, da beide Gase bei einem annähernd gleichen Reibungskoeffizienten einen so sehr verschiedenen Wärmeleitungskoeffizienten haben.

Der von mir gefundene Faktor  $f$ , der durchaus nicht erwartet wurde, stimmt mit der von Boltzmann<sup>4)</sup> verbesserten Theorie von Maxwell<sup>5)</sup> überein; nach dieser müßte der Faktor  $f = \frac{5}{2}$  sein.

1) W. Schwarze, Physik. Zeitschr. 3. p. 264. 1902; 4. p. 229. 1908.

2) A. Wüllner, Zitiert nach O. E. Meyer, l. c. p. 295.

3) O. Mehliß, Diss. Halle 1902.

4) L. Boltzmann, Pogg. Ann. 157. p. 459. 1876.

5) J. C. Maxwell, Phil. Mag. (4) 35. p. 216.

Inwiefern die Rechnungen von Conran und Neugebauer, die auf Grund der kinetischen Gastheorie nach O. E. Meyer geführt wurden, einer Ergänzung fähig sind, mag einstweilen dahingestellt bleiben.

Zum Schlusse sei es mir gestattet, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. Dr. Dorn, für die freundliche Anregung und stete Unterstützung bei diesen beiden Arbeiten auch an dieser Stelle meinen ergebensten Dank auszusprechen.

Halle a/S., Physik. Inst., 14. Februar 1903.

(Eingegangen 16. Februar 1903.)

## 6. Über Schallgeschwindigkeit in Röhren; von J. Müller.

(Auszug aus der Bonner Inaugural-Dissertation des Verfassers.)

### I. Die Kirchhoffsche Formel.

Nach Helmholtz<sup>1)</sup> und Kirchhoff<sup>2)</sup> wird die Schallgeschwindigkeit in einer Röhre durch die Formel

$$v = a \left( 1 - \frac{\gamma}{2r\sqrt{n\pi}} \right)$$

ausgedrückt, wenn  $a$  die Schallgeschwindigkeit im freien Raum,  $r$  den Radius der Röhre,  $n$  die Schwingungszahl des benutzten Tones und  $\gamma$  eine Konstante bedeutet. Diese Konstante wird nach Kirchhoff durch die Reibung und Wärmeleitung des die Röhre füllenden Gases bestimmt.

Die Formel ist von Seebeck<sup>3)</sup>, Kayser<sup>4)</sup>, Webster Low<sup>5)</sup> und Stevens<sup>6)</sup> geprüft und mehr oder weniger als richtig befunden worden. Wenn sie richtig ist, muß man aus je zwei Bestimmungen von  $v$  die Schallgeschwindigkeit  $a$  in freier Luft berechnen können; denn man hat für konstantes  $n$  und variables  $r$

$$(1) \quad a = \frac{v_1 r_1 - v_2 r_2}{r_1 - r_2},$$

und für konstantes  $r$  und variables  $n$

$$(2) \quad a = \frac{v_1 \sqrt{n_1} - v_2 \sqrt{n_2}}{\sqrt{n_1} - \sqrt{n_2}}.$$

Ferner läßt sich  $\gamma$  in ähnlicher Weise finden:

$$(3) \quad \gamma = r_1 r_2 \frac{v_1 - v_2}{v_1 r_1 - v_2 r_2} \cdot 2\sqrt{n\pi},$$

und

$$(4) \quad \gamma = \sqrt{n_1 n_2} \frac{v_1 - v_2}{v_1 \sqrt{n_1} - v_2 \sqrt{n_2}} \cdot 2r\sqrt{\pi}.$$

1) H. Helmholtz, Wissenschaftliche Abhandlungen, 1. p. 383.

2) G. Kirchhoff, Pogg. Ann. 134. p. 77. 1863.

3) A. Seebeck, Pogg. Ann. 139. p. 104. 1870.

4) H. Kayser, Wied. Ann. 2. p. 218. 1877.

5) J. W. Low, Wied. Ann. 52. p. 641. 1894.

6) H. Stevens, Ann. d. Phys. 7. p. 283. 1902.

Natürlich kann man  $\gamma$  auch einfach so erhalten, daß man für  $v$  den gefundenen und für  $a$  den aus (1) oder (2) berechneten Wert einsetzt in die Gleichung

$$(5) \quad \gamma = (a - v) r \frac{2\sqrt{n\pi}}{a},$$

die nichts anderes ist als die Kirchhoffsche Formel selbst.

Merkwürdigerweise haben die genannten vier Physiker sämtlich verschiedene Werte für  $a$  gefunden: Seebeck 332,77 m, Kayser 332,5 m, Low 330,8 m, Stevens 331,2 m. Natürlich schwanken auch die Werte für  $\gamma$ , nur haben sie das gemeinsame, daß sie alle größer sind als der sich aus anderweitigen Bestimmungen von Reibung und Wärmeleitung ergebende Wert. Außer diesen Umständen ließ noch ein weiterer eine erneute Prüfung der Kirchhoffschen Formel wünschenswert erscheinen. In den genannten Arbeiten war nämlich entweder nur mit tiefen Tönen oder nur mit weiten Röhren untersucht worden; wenn sich also hier auch die Richtigkeit der Formel mit voller Sicherheit herausgestellt hätte, so wäre die Frage immer noch unentschieden geblieben: Wie verhält es sich bei engen Röhren und bei hohen Tönen? Die Beantwortung dieser Frage ist insofern von besonderer Wichtigkeit, als man mit engen Röhren und hohen Tönen Untersuchungen angestellt hat, welche die Richtigkeit der Kirchhoffschen Formel unter allen Umständen voraussetzen, so z. B. eine Arbeit von Rudolf Koenig in Paris über die Bestimmung von Schwingungszahlen sehr hoher Töne<sup>1)</sup>; diese Arbeit ist die eigentliche Veranlassung zu der vorliegenden geworden, die zunächst in einer Prüfung der Kirchhoffschen Formel bestand.

## II. Apparat und Versuchsanordnung. Die Kundtschen Staubfiguren.

Im wesentlichen hatte mein Apparat dieselbe Einrichtung wie der, den Kayser für seine Untersuchungen benutzt hat; ich verweise also auf seine ausführliche Beschreibung. Eine kleine Abweichung lag darin, daß ich die trockene Luft nicht wie Kayser in die Versuchsröhre hineinpreßte, sondern von

1) R. Koenig, Wied. Ann. 69. p. 626 u. p. 721. 1899.

einer Wasserstrahlpumpe durchsaugen ließ. Ferner schrieb der Stahlstab, dessen Töne die Kundtschen Figuren erzeugte, und neben ihm eine elektromagnetisch getriebene Stimmgabel von bekannter Schwingungszahl die Schwingungen nicht auf einer rotierenden Trommel, sondern auf einem vorbeigezogenen Glasstreifen auf, der mit einer feinen Rußschicht überzogen war. Bei den tieferen Tönen schwang ein an dem Stahlstab befestigter Kork gegen eine Kautschukmembran, welche die Kundtsche Röhre verschloß; bei den höheren Tönen entstanden die Figuren aber nur dann gut, wenn der Kork direkt in die offene Röhre hineinschwang.

Auch die Versuchsanordnung wich kaum von der Kayser-schen ab. Nur muß ich bemerken, daß ich gewöhnlich mit einer Röhre sechs Versuche hindereinander anstellte, ohne den Staub in der Röhre zu erneuern. Während ferner Kayser die Schwingungszahl des betreffenden Tones des Stahlstabes bei jedem Versuch neu bestimmte, habe ich sie als wesentlich konstant angenommen. Ich erhielt zwar auch bei verschiedenen Bestimmungen, die sich auf die ganze Versuchszeit verteilen, verschiedene Werte; aber die Abweichungen sind doch nicht so groß, als daß man sie nicht aus den unvermeidlichen Fehlerquellen erklären könnte — man vergleiche dazu die Arbeit von Melde „Über einige Methoden der Bestimmung von Schwingungszahlen hoher Töne“. <sup>1)</sup>

Wie ich erwähnte, habe ich zur Bestimmung der Wellenlänge die Kundtschen Staubfiguren benutzt. Über die Art ihrer Entstehung ist man bis heute noch nicht völlig im klaren; es hat zwar an Erklärungsversuchen nicht gefehlt, aber bis jetzt hat noch keine Theorie ihre volle Bestätigung durch das Experiment gefunden. Ich erwähne als bedeutendste Arbeiten über diesen Gegenstand die von Walter König <sup>2)</sup> und von Cook. <sup>3)</sup> Jedenfalls sind noch weitere Untersuchungen nötig, ehe diese Frage endgültig entschieden werden kann, und da man bei den Staubfiguren mancherlei sonderbare Erscheinungen beobachtet, glaube ich, meine Wahrnehmungen mitteilen zu

1) F. Melde, Wied. Ann. 51. p. 661. 1894.

2) W. König, Wied. Ann. 42. p. 353 u. p. 513. 1891.

3) S. R. Cook, Phil. Mag. [6] 3. p. 471. 1902.



sollen; vielleicht liefern sie einen Beitrag zu dem Material, mit dessen Hülfe sich später einmal sämtliche Erscheinungen erklären lassen.

Als Staub benutzte ich Samen *Lycopodii*. Die Versuche wurden in der bekannten Weise angestellt: eine kleine Menge Staub — nur so viel, daß die Figuren gut ausfielen — wurde in die Röhre gebracht und möglichst gleichmäßig darin verteilt. Beim Klopfen gegen die Röhrenwand sammelte sich der Staub in einem schmalen Streifen auf dem Boden der Röhre an; die Röhre wurde dann etwas gedreht, sodaß der Staub bei einer leisen Erschütterung herunterfallen mußte.

Nun kann man zwei Arten von Figuren unterscheiden. Bei der ersten Art, die gewöhnlich beobachtet wird, fällt der Staub in den Schwingungsbäuchen herab, während er in den Knoten liegen bleibt. Beim Fallen ordnen sich die Staubteilchen in Rippen, die senkrecht zur Röhrenachse stehen; sie sind am längsten in der Mitte der Bäuche und werden gegen die Knoten hin kürzer. Gerade das Entstehen der Rippen zu erklären, hat große Schwierigkeiten gemacht; man vergleiche dazu die beiden genannten Arbeiten.

Bei der zweiten Art von Staubfiguren fehlen diese Rippen ganz; der Staub ist aus den Schwingungsbäuchen ganz verschwunden und hat sich in den Knotenstellen angesammelt. Diese Art ist schon einfacher zu erklären: Der Staub wird aus den Punkten größter Bewegung zu den Punkten hingeweht, wo keine Bewegung stattfindet.

Es fragt sich jetzt, wann die eine und wann die andere Art entsteht; zur Beantwortung führe ich meine Beobachtungen an. Bei Ton I bis IV entsteht die erste Art, und zwar in allen von mir benutzten Röhren, bei engen aber nur dann, wenn ich den Stab ganz schwach anstreiche; bei stärkerem Streichen werden die Rippen zuerst unscharf, dann fängt der Staub an, zu den Knotenpunkten hinzuwandern, wobei er sich in der Regel von der Schallquelle entfernt. Es entsteht aber nicht die zweite Art von Figuren, offenbar, weil die Intensität der Schallbewegung nicht stark genug ist, um die ganze Menge des Staubes bis zu den Knoten zu treiben; die Figuren erscheinen verzerrt. Rudolf Koenig, der die gleiche Beobachtung machte, schob die Schuld darauf, daß die Röhre für die be-

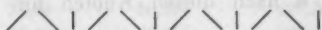


treffende Tonhöhe entweder zu eng oder zu weit sei.<sup>1)</sup> Aber nicht die Röhrenweite spielt hier die Hauptrolle, sondern die Intensität der Schallquelle, daher die Verzerrung der Staubfiguren, wenn die Intensität zu groß ist; für enge Röhren muß diese natürlich kleiner sein als für weite, um die gleiche Wirkung hervorzurufen. Wenn die Röhre zu weit ist, so ist möglicherweise die Intensität zu schwach, um selbst die erste Art der Figuren gut zu erzeugen, aber von einer Verzerrung kann dann nicht die Rede sein.

Bei Ton V, für den die Schwingungszahl 11—12000 war, entstand in einer weiten Röhre (15,5 mm Durchmesser) die erste Art nach einfachem Anstreichen des Stabes, die zweite Art nach mehrmaligem starken Anstreichen in einer engen Röhre (8,0 mm Durchmesser). In der engen Röhre erhält man bei schwachem Tönen auch die gerippten Figuren, bei stärkerem Tönen gehen sie immer mehr in die zweite Art über, zuerst am Anfang, dann in der ganzen Länge der Röhre; der Staub rückt in den Knoten immer mehr zusammen. Man sieht hieraus, daß sich eine scharfe Grenze zwischen den beiden Arten von Staubfiguren nicht ziehen läßt.

Wesentlich für das Ausfallen der Figuren ist also die Intensität der Schallbewegung in der Röhre; diese ist abhängig von der Intensität der Schallquelle und von der Weite der Röhre.

Mitunter beobachtet man folgendes. Die Rippen der Staubfiguren stehen nicht immer senkrecht zur Röhrenachse, und zwar wechselt die Stellung derselben in den aufeinanderfolgenden Figuren ganz regelmäßig ab. So sind z. B. die Rippen der einen Figur nach rechts geneigt, die der folgenden nach links, dann kommt eine Figur mit senkrechten Rippen, bei der folgenden neigen sie sich wieder nach rechts, dann nach links etc.; man kann dies Verhalten schematisch so darstellen

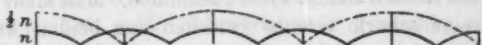


Hier entspricht jeder einzelne Strich einer Figur.

R. Koenig, der diese Erscheinung auch beobachtet hat, sagt darüber: „Diese Art der Staubfiguren zeigt immer eine zu große Weite der Röhre an.“ Ich habe diese Figuren aber

1) R. Koenig, Wied. Ann. 69. p. 652. 1899.

nicht nur in einer verhältnismäßig weiten Röhre bekommen, sondern auch dann einigemal, wenn ich in eine weite Röhre eine andere hineinsteckte und nun in dem sehr engen Zwischenraum die Staubfiguren entstehen ließ. Die Ansicht Koenigs ist also nicht richtig. Man könnte sich diese Figuren durch die Annahme erklären, daß außer der von dem schwingenden Stab in der Röhre erzeugten Bewegung, die dem Ton des Stabes entspricht, noch eine andere entsteht, die sich über die erste lagert. Diese neue Bewegung gehört nicht einem höheren Ton an; denn ein solcher kann nicht in Betracht kommen. Es kann auch nur ein Ton sein, der mit dem anderen harmonisch ist, wegen der Regelmäßigkeit der Figuren. Wenn man von harmonischen „Untertönen“ sprechen will, so fragt es sich, welcher von diesen die Änderung in den Staubfiguren hervorrufen könnte. Der erste, dessen Schwingungszahl  $\frac{1}{3} n$  betragen würde, kann eine Neigung der Rippen nicht veranlassen, wie man aus dem Schema ersieht:



Die ausgezogenen Linien sollen die Figuren des Tones  $n$ , die punktierten die des Tones  $\frac{1}{3} n$  andeuten. Anders ist es, wenn man Ton  $n$  mit seinem zweiten harmonischen Unterton  $\frac{2}{3} n$  kombiniert:



Hier sieht man ganz gut ein, warum sich die Fig. 2 und 3, sowie 5 und 6 nach den Knoten I und II hinneigen infolge der von Ton  $\frac{1}{3} n$  nach diesen Knoten hin erzeugten Bewegung.

Die Töne eines transversal schwingenden Stabes sind unharmonisch, also kann der Ton  $\frac{1}{3} n$  nicht von dem Stab ausgehen, sondern entsteht erst in der Röhre. Man würde sich sein Entstehen daraus zu erklären haben, daß der zweite harmonische Unterton von Ton  $n$  identisch ist mit dem Grundton der Röhre oder mit einem von dessen Obertönen. Ob sich

die Sache wirklich so verhält, wie ich sie zu erklären versucht habe, muß einstweilen dahingestellt bleiben.

### III. Versuche mit gewöhnlichen Glasröhren.

Es wurden sechs Röhren benutzt, die folgende Durchmesser hatten:

Röhre	I	II	III	IV	V	VI
Durchmesser	15,516	18,400	10,916	6,780	5,600	3,720 mm

Die Durchmesser sind aus dem Volumen bestimmt worden.

Bei Ton I und II konnten alle sechs Röhren angewandt werden, bei Ton III und IV entstanden die Staubfiguren in der engsten Röhre so schlecht, daß sie zur Messung nicht geeignet waren.

In den folgenden Tabellen ist angegeben die Temperatur  $t$ , bei der beobachtet wurde, die sich aus der Messung der Staubfiguren ergebende Wellenlänge  $\lambda_t$  (cm), ferner die auf  $0^\circ$  reduzierte Wellenlänge  $\lambda_0$ , die dieser entsprechende Schallgeschwindigkeit  $v_0$  (m) und endlich die Abweichung des einzelnen Wertes  $v_0$  vom Mittelwert (unter  $\Delta$ ).

Tabelle I.  
Ton I.  $n = 903$ .  
Röhre I.

$t$	$\lambda_t$	$\lambda_0$	$v_0$	$\Delta$
19,5	37,52	36,247	327,0	- 0,3
20,1	37,38	36,075	325,8	- 1,5
20,7	37,62	36,270	327,5	+ 0,2
17,4	37,33	36,194	326,8	- 0,5
18,0	37,40	36,224	327,1	- 0,2
18,1	37,48	36,296	327,3	+ 0,4
17,5	37,40	36,255	327,4	+ 0,1
17,6	37,46	36,308	327,9	- 0,6
17,9	37,39	36,222	327,1	- 0,2
18,5	37,53	36,319	328,0	+ 0,7
20,1	37,60	36,288	327,7	+ 0,4
20,4	37,60	36,269	327,5	+ 0,2

Mittelwert:  $v = 327,3$  m. Mittlerer Fehler: 0,44 m.

## Röhre II.

$t$	$\lambda_t$	$\lambda_0$	$v_0$	$\Delta$
21,8	37,42	36,009	325,2	- 1,0
21,4	37,50	36,111	326,1	- 0,1
19,4	37,28	36,023	325,3	- 0,9
19,6	37,38	36,106	326,0	- 0,2
19,7	37,58	36,293	327,7	+ 1,5
18,0	37,30	36,128	326,2	—
18,3	37,40	36,206	326,9	+ 0,7
18,3	37,30	36,109	326,1	- 0,1
18,5	37,32	36,116	326,1	- 0,1
18,6	37,45	36,235	327,2	+ 1,0
20,6	37,40	36,063	325,7	- 0,5
20,6	37,40	36,063	325,7	- 0,5

Mittelwert:  $v = 326,2$  m. Mittlerer Fehler: 0,55 m.

## Röhre III.

20,4	37,33	36,009	325,2	+ 0,3
20,9	37,28	35,930	324,4	- 0,5
21,0	37,40	36,039	325,4	+ 0,5
18,7	37,10	35,891	324,1	- 0,8
18,5	37,17	35,971	324,8	- 0,3
18,1	37,07	35,918	324,3	- 0,6
18,3	37,18	35,993	325,0	+ 0,1
18,4	37,23	36,035	325,4	+ 0,5
19,1	37,25	36,012	325,2	+ 0,3
19,5	37,27	36,038	325,4	+ 0,5
19,5	37,20	35,938	324,5	- 0,4
19,4	37,30	36,042	325,5	+ 0,6

Mittelwert:  $v = 324,9$  m. Mittlerer Fehler: 0,45 m.

## Röhre IV.

21,4	37,20	35,82	323,5	+ 0,6
21,6	37,22	35,83	323,5	+ 0,6
18,7	37,03	35,82	323,5	+ 0,6
17,6	36,83	35,70	322,2	- 0,7
17,8	36,74	35,60	321,4	- 1,5
18,4	36,84	35,66	322,0	- 0,9
19,4	36,80	35,56	321,1	- 1,6
19,6	37,00	35,74	322,7	- 0,2
19,6	37,10	35,84	323,6	+ 0,7
19,6	37,20	35,93	324,5	+ 1,6
19,5	37,00	35,74	322,8	- 0,1
19,5	37,10	35,84	323,6	+ 0,7

Mittelwert:  $v = 322,9$  m. Mittlerer Fehler: 0,83 m.

## Röhre V.

$t$	$l_1$	$l_2$	$v_0$	$d$
18,3	36,64	35,47	320,3	- 1,0
18,2	36,61	35,45	320,1	- 1,2
18,3	36,68	35,51	320,7	- 0,6
18,3	36,74	35,57	321,2	- 0,1
18,4	36,70	35,52	320,8	- 0,5
19,0	36,88	35,66	322,0	+ 0,7
19,0	36,70	35,49	320,4	- 0,9
19,0	36,67	35,46	320,2	- 1,1
18,5	36,90	35,71	322,5	+ 1,2
19,1	36,80	35,58	322,8	+ 1,0
19,2	36,90	35,67	322,1	+ 0,8
19,3	37,00	35,76	322,9	+ 1,6

Mittelwert:  $v = 321$  m. Mittlerer Fehler: 0,89 m.

## Röhre VI.

19,7	36,44	35,19	317,8	+ 0,6
19,4	36,42	35,19	317,8	+ 0,6
18,8	36,40	35,24	318,2	+ 1,0
18,4	36,20	35,04	316,4	- 0,8
18,5	36,22	35,05	316,5	- 0,7
18,5	36,10	34,94	315,5	- 1,7
18,9	36,20	35,01	316,1	- 1,1
18,9	36,10	34,91	315,3	- 1,9
19,1	36,40	35,19	317,8	+ 0,6
19,3	36,50	35,27	318,5	+ 1,3
19,3	36,50	35,27	318,5	+ 1,3
19,3	36,40	35,18	317,7	+ 0,5

Mittelwert:  $v = 317,2$  m. Mittlerer Fehler: 1,01 m.

Bei diesem Ton weichen die einzelnen Bestimmungen der Schallgeschwindigkeit stark vom Mittelwert ab, besonders bei den Röhren IV, V und VI; es liegt daran, daß so große Wellenlängen, wie sie diesem Ton zukommen, mit Hilfe der Staubfiguren nur sehr schlecht gemessen werden können, um so schlechter, je enger die Röhre ist. Die Formel von Kirchhoff kann natürlich mit diesem Ton nicht geprüft werden. Ich habe trotzdem  $a$ , die Schallgeschwindigkeit in freier Luft, durch Kombination von je zwei Werten  $v$ , die für verschiedene Röhren gefunden worden sind, berechnet und gefunden:

aus I und II	334,3 m	aus II und III	331,9 m
" I " III	333,0	" II " IV	329,6
" I " IV	330,7	" II " V	329,7
" I " V	330,7	" II " VI	329,6
" I " VI	330,5	" III " IV	328,2
aus III und V	328,7 m		
" III " VI	328,9		
" IV " V	330,0		
" IV " VI	329,8		
" V " VI	329,4		

Der Mittelwert würde 330,4 m sein, aber man wird nicht daran denken, diesen Wert als wahre Schallgeschwindigkeit zu betrachten.

Ein Blick auf die 15 Zahlen zeigt, daß man ziemlich regelmäßig immer kleinere Werte für  $a$  erhält, je größer die Differenz der Röhrendurchmesser wird. Das ist kein Zufall, sondern ich beobachtete diese Erscheinung auch bei den besten Bestimmungen. Wenn die Formel richtig ist, darf diese Abnahme natürlich nicht stattfinden, und der Umstand, daß sogar bei den ziemlich fehlerhaften Bestimmungen mit dem Ton I diese fast regelmäßige Abnahme wahrzunehmen ist, spricht allerdings sehr für die Ungültigkeit der Kirchhoffschen Formel.

Ich verzichte darauf,  $\gamma$  mit Hülfe dieses Tones zu berechnen, da man doch keine übereinstimmenden Werte erwarten darf, und gehe über zu den Versuchen mit dem zweiten Ton.

Tabelle II.

Ton II.  $n = 2482$ .

Röhre I.

$t$	$\lambda_1$	$\lambda_0$	$v_0$	$\Delta$
15,2	13,70	13,33	330,9	+0,7
14,0	13,64	13,30	330,2	—
14,0	13,65	13,31	330,4	+0,2
14,7	13,64	13,29	329,8	-0,4
20,4	13,77	13,28	329,7	-0,5
20,5	13,80	13,32	330,3	+0,1
20,6	13,79	13,30	330,0	-0,2
19,3	13,77	13,31	330,3	+0,1
19,5	13,78	13,31	330,3	+0,1
19,6	13,77	13,30	330,1	-0,1

Mittelwert:  $v = 330,2$  m. Mittlerer Fehler: 0,25 m.

## Röhre II.

$t$	$\lambda_1$	$\lambda_0$	$v_0$	$\Delta$
15,6	13,67	13,30	330,0	+0,3
14,0	13,59	13,25	329,0	-0,7
14,5	13,64	13,29	329,9	+0,2
14,3	13,63	13,29	329,8	+0,1
20,5	13,79	13,30	330,2	+0,5
20,7	13,78	13,28	329,6	-0,1
20,0	13,72	13,24	328,7	-1,0
20,2	13,81	13,33	330,7	+1,0
20,1	13,77	13,30	329,8	+0,1
20,2	13,73	13,25	328,8	-0,9

Mittelwert:  $v = 329,7$  m. Mittlerer Fehler: 0,49 m.

## Röhre III.

18,6	13,66	13,21	328,2	-0,5
17,0	13,62	13,21	328,2	-0,5
13,8	13,56	13,23	328,4	-0,3
15,2	13,60	13,23	328,4	-0,3
16,0	13,65	13,27	329,4	+0,7
15,4	13,64	13,27	329,3	+0,6
19,6	13,73	13,26	329,2	+0,5
19,6	13,72	13,25	328,9	+0,2
20,3	13,72	13,24	328,6	-0,1
19,9	13,72	13,24	328,7	—

Mittelwert:  $v = 328,7$  m. Mittlerer Fehler: 0,37 m.

## Röhre IV.

16,5	13,52	13,13	325,9	-0,5
16,4	13,50	13,11	325,4	-1,0
15,7	13,49	13,12	325,4	-1,0
19,8	13,63	13,16	326,6	+0,2
20,0	13,67	13,20	327,5	+1,1
20,2	13,68	13,20	327,6	+1,2
20,8	13,63	13,14	326,1	-0,3
20,6	13,65	13,16	326,7	+0,3
20,7	13,63	13,14	326,2	-0,2

Mittelwert:  $v = 325,4$  m. Mittlerer Fehler: 0,53 m.

## Röhre V.

$l$	$\lambda_1$	$\lambda_0$	$v_0$	$\Delta$
17,1	13,52	13,12	325,5	-0,4
16,8	13,52	13,12	325,7	-0,2
15,6	13,52	13,15	326,4	+0,5
14,2	13,45	13,11	325,5	-0,4
19,4	13,60	13,14	326,2	+0,3
19,5	13,60	13,14	326,1	+0,2
19,6	13,60	13,14	326,0	+0,1
20,4	13,60	13,12	325,6	-0,4
20,5	13,62	13,14	326,0	+0,1
20,6	13,62	13,13	326,0	+0,1

Mittelwert:  $v = 325,9$  m. Mittlerer Fehler: 0,25 m.

## Röhre VI.

14,7	13,413	13,066	324,3	+1,3
14,7	13,406	13,059	324,1	+1,1
15,4	13,397	13,034	323,5	+0,5
16,3	13,421	13,037	323,6	+0,6
21,1	13,518	13,024	323,3	+0,3
20,1	13,423	12,954	321,5	-1,5
20,3	13,486	12,962	321,7	-1,3
21,0	13,486	12,995	322,5	-0,5
21,0	13,497	13,006	322,8	-0,2

Mittelwert:  $v = 323,0$  m. Mittlerer Fehler: 0,81 m.

Hier ist die Übereinstimmung der verschiedenen für dieselbe Röhre gemachten Bestimmungen der Schallgeschwindigkeit wesentlich besser als beim ersten Ton; nur bei den engen Röhren werden die Werte wieder etwas unsicherer. Für die Schallgeschwindigkeit in freier Luft ergeben sich durch die bekannten Kombinationen folgende Werte:

aus I und II 333,4 m	aus II und III 334,1 m
" I " III 333,8	" II " IV 333,1
" I " IV 333,2	" II " V 332,4
" I " V 332,6	" II " VI 332,3
" I " VI 332,5	" III " IV 332,5
aus III und V 331,7 m	
" III " VI 331,6	
" IV " V 328,3	
" IV " VI 330,4	
" V " VI 331,5	



Der Mittelwert beträgt 332,3 m und kommt dem von Kayser für die Schallgeschwindigkeit gefundenen Wert 332,5 m sehr nahe. Man bemerkt hier wieder die fast regelmäßige Abnahme der Zahlen mit wachsender Differenz der Röhrendurchmesser.

Tabelle III.

Ton III.  $n = 4882$ .

Röhre I.

$t$	$\lambda_t$	$\lambda_0$	$v_0$	$d$
17,6	6,987	6,772	330,6	+0,1
17,7	6,981	6,765	330,3	-0,2
17,7	6,984	6,768	330,4	-0,1
17,7	6,985	6,770	330,5	—
17,9	6,983	6,765	330,3	-0,2
17,7	6,986	6,770	330,6	+0,1

Mittelwert:  $v = 330,45$  m. Mittlerer Fehler: 0,12 m.

Röhre II.

16,5	6,961	6,760	330,0	-0,1
16,7	6,971	6,767	330,4	+0,3
16,8	6,972	6,767	330,4	+0,3
16,8	6,961	6,757	329,9	-0,2
17,2	6,965	6,750	329,8	-0,3
17,4	6,969	6,757	329,9	-0,2

Mittelwert:  $v = 330,07$  m. Mittlerer Fehler: 0,23 m.

Röhre III.

16,6	6,959	6,757	329,9	+0,3
16,4	6,949	6,749	329,5	-0,1
16,6	6,953	6,751	329,6	—
16,6	6,948	6,745	329,3	-0,3
16,6	6,943	6,743	329,2	-0,4
16,6	6,960	6,758	329,9	+0,3

Mittelwert:  $v = 329,57$  m. Mittlerer Fehler: 0,23 m.

## Röhre IV.

$t$	$\lambda_1$	$\lambda_0$	$v_0$	$d$
17,0	6,921	6,715	327,8	-0,3
16,9	6,915	6,710	327,6	-0,5
17,1	6,926	6,719	328,0	-0,1
17,2	6,935	6,726	328,4	+0,3
17,5	6,938	6,726	328,3	+0,2
17,6	6,938	6,725	328,3	+0,2

Mittelwert:  $v = 328,07$  m. Mittlerer Fehler: 0,27 m.

## Röhre V.

16,7	6,921	6,719	328,0	+0,4
16,7	6,915	6,713	327,7	+0,1
16,9	6,914	6,709	327,6	—
17,5	6,921	6,709	327,5	-0,1
17,6	6,921	6,708	327,5	-0,1
17,8	6,919	6,704	327,3	-0,3

Mittelwert:  $v = 327,60$  m. Mittlerer Fehler: 0,17 m.

Die Werte der Schallgeschwindigkeit für jede einzelne Röhre stimmen also bei diesem Ton sehr gut überein. Durch Kombination von je zweien der Mittelwerte erhält man als wahre Schallgeschwindigkeit:

aus Röhre I und I	332,8 m	aus Röhre II und IV	332,1 m
" " I " III	332,5	" " II " V	331,8
" " I " IV	332,3	" " III " VI	332,0
" " I " V	332,1	" " III " V	331,7
" " II " III	332,3	" " IV " V	330,3

Das Mittel aus diesen Zahlen ist 331,99 m; man sieht aber hier ganz besonders gut das regelmäßige Abnehmen der Werte in der oben besprochenen Weise. Man darf also das Mittel nicht nehmen; denn die Formel von Kirchhoff ist unrichtig, wenigstens kommt ihr keine allgemeine Gültigkeit zu. Sie gibt also entweder für weite Röhren zu kleine Werte oder für enge zu große Werte, oder beides ist gleichzeitig der Fall, und so wäre sie dann nur für eine mittlere Weite gültig.

Bisher sind zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in freier Luft nur Kombinationen von Werten verwendet worden, die mit ein und demselben Ton in verschiedenen Röhren gefunden worden sind. Ehe ich daher die Versuche mit dem vierten Ton mitteile, sollen jetzt solche Werte kombiniert werden, die in ein und derselben Röhre mit verschiedenen Tönen gefunden worden sind. Ton I hat Werte ergeben, die noch sehr unsicher sind, Ton IV kann, wie sich später zeigen wird, nicht allgemein zu diesen Kombinationen verwandt werden, und so sind wir auf Ton II und III beschränkt. Durch Anwendung der Formel (2) des ersten Abschnittes erhält man

für Röhre	I	II	III	IV	V
	331,2 m	330,7 m	331,7 m	331,2 m	331,7 m.

Diese Werte stimmen untereinander recht gut überein, das Mittel 331,3 m liegt aber zu weit unter den für Ton II und Ton III durch die anderen Kombinationen gefundenen Werten 332,3 m und 332,0 m. Wenn man auch aus diesem Umstand wieder den Schluß auf die Ungültigkeit der Formel ziehen dürfte, so soll doch erst später unter Benutzung von vier verschiedenen Schwingungszahlen die Frage nach der Abhängigkeit der Schallverzögerung von der Schwingungszahl näher erörtert werden.

Die folgenden Tabellen geben die Versuche wieder, die mit dem vierten Ton angestellt worden sind.

Tabelle IV.

Ton IV.  $n = 7880$ .

Röhre I.

$t$	$\lambda_1$	$\lambda_0$	$v_0$	$\Delta$
19,7	4,3338	4,1854	329,8	-0,3
19,9	4,3372	4,1873	330,0	-0,1
20,0	4,3295	4,1791	329,3	-0,3
20,1	4,3293	4,1782	329,2	-0,9
20,2	4,3457	4,1934	330,4	+0,3
20,2	4,3603	4,2075	331,6	+1,5

Mittelwert:  $v = 330,1$  m. Mittlerer Fehler: 0,60 m.

## Röhre II.

$t$	$\lambda_t$	$\lambda_0$	$v_0$	$\Delta$
21,1	4,3518	4,1928	330,4	+0,5
21,2	4,3420	4,1836	329,6	-0,3
21,3	4,3463	4,1860	329,9	—
21,3	4,3483	4,1879	330,0	+0,1
21,3	4,3477	4,1874	330,0	+0,1
21,3	4,3425	4,1824	329,6	-0,3

Mittelwert:  $v = 329,9$  m. Mittlerer Fehler: 0,22 m.

## Röhre III.

20,7	4,3323	4,1763	329,1	-0,3
20,9	4,3323	4,1754	329,0	-0,4
20,9	4,3412	4,1840	329,7	+0,3
22,0	4,3513	4,1859	329,9	+0,5
21,7	4,3435	4,1805	329,4	—
22,1	4,3442	4,1783	329,3	-0,1

Mittelwert:  $v = 329,4$  m. Mittlerer Fehler: 0,27 m.

## Röhre IV.

20,1	4,3053	4,1550	327,4	+0,3
20,2	4,3038	4,1529	327,3	+0,2
20,1	4,2943	4,1444	326,6	-0,5
20,2	4,3069	4,1558	327,5	+0,4
20,4	4,3135	4,1608	327,9	+0,8
20,3	4,2900	4,1388	326,1	-1,0

Mittelwert:  $v = 327,1$  m. Mittlerer Fehler: 0,53 m.

## Röhre V.

20,5	4,3100	4,1567	327,6	+0,5
20,8	4,3086	4,1533	327,3	+0,2
21,0	4,3135	4,1565	327,5	+0,4
21,2	4,2980	4,1403	326,3	-0,8
21,9	4,3130	4,1497	327,0	-0,1
22,0	4,3130	4,1491	327,0	-0,1

Mittelwert:  $v = 327,1$  m. Mittlerer Fehler: 0,35 m.

Die Abweichungen vom Mittelwert sind hier wieder größer als beim dritten Ton. Wenn man nach dem Grund dieser

Erscheinung fragt, kann man zuerst daran denken, daß die Wellenlänge vielleicht nicht hinreichend genau bestimmt ist; das ist aber keineswegs der Fall: es konnte immer eine sehr große Reihe von Wellen in jeder einzelnen Röhre gemessen werden, die untereinander sehr gut übereinstimmten. Weiter wäre zu berücksichtigen, daß die Tonhöhe, entgegen früheren Bemerkungen, doch nicht ganz konstant sein könnte; aber es ist sehr unwahrscheinlich, daß sie sich um etwa 250 Schwingungen ändern kann — eine solche Anzahl ist mindestens erforderlich, um die Differenz von 2,4 m zwischen dem größten und kleinsten der bei der ersten Röhre gefundenen Werte zu erklären. Es muß übrigens hinzugefügt werden, daß während sämtlicher Versuche mit Ton IV keine neuen Stellen des Stahlstabes eingeklemmt wurden. Endlich ist in Erwägung zu ziehen, daß bei der Höhe des benutzten Tones vielleicht die Intensität der Schallbewegung von Einfluß auf die Wellenlänge ist. Tatsächlich führt ja auch Koenig die Unterschiede in den Wellenlängen bei seinen Versuchen auf die Intensität der Schallquelle zurück; nur leuchtet mir nicht ein, warum bei einer Röhre von ganz bestimmter Weite der Einfluß der Intensität verschwinden soll. Auch Witkowski<sup>1)</sup> hat Erscheinungen beobachtet, die ihm bei einer Tonhöhe von etwa 6200 Schwingungen einen Einfluß der Intensität durchaus wahrscheinlich machen. Wenn dagegen Kayser<sup>2)</sup> bei seiner Untersuchung „Über den Einfluß der Intensität des Schalles auf seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit“ einen solchen nicht hat nachweisen können, so gilt dies doch nur für tiefe Töne, da seine Schallquelle 377 Schwingungen machte; hier darf man jedenfalls die Amplitude als unendlich klein ansehen im Verhältnis zur Wellenlänge, wie es die Theorie für eine konstante Schallgeschwindigkeit verlangt. Aber bei hohen Tönen darf man das wahrscheinlich nicht mehr.

Vergleicht man in der Tab. IV die Mittelwerte für  $v$ , so fällt einem auf, daß sie bei den Röhren I und II so nahe beieinander liegen und bei den Röhren IV und V sogar über-

1) A. W. Witkowski, Bulletin International de l'Académie des sciences de Krakovie. Mars 1899.

2) H. Kayser, Wied. Ann. 6. p. 465. 1879.

einstimmen. Es würde also gar keinen Zweck haben, alle fünf Werte paarweise zu kombinieren. Nun kann man aber die Röhren I und II, sowie IV und V so vereinigen, daß man aus ihren Radien und den für sie gefundenen Schallgeschwindigkeiten das Mittel nimmt und jetzt diese „fingierten“ Röhren (*A* und *C*) untereinander und mit Röhre III (*B*) kombiniert. Man hätte also:

Röhre <i>A</i>	$r = 7,32$ mm	$v = 330,0$ m
„ <i>B</i>	$r = 5,64$ „	$v = 329,4$
„ <i>C</i>	$r = 3,10$ „	$v = 327,1$

Man findet

aus Röhre <i>A</i> und <i>B</i>	$a = 331,8$ m
„ „ <i>A</i> „ <i>C</i>	$a = 332,1$
„ „ <i>B</i> „ <i>C</i>	$a = 332,4$

Das Mittel aus diesen drei Werten ist 332,1 m und stimmt gut mit den bei den Tönen II und III gefundenen Mittelwerten überein. — Ich will hier bemerken, daß mit dem fünften Ton des Stahlstabes, nachdem eine Feder zum Aufschreiben der Schwingungen angelötet worden war, keine Versuche mehr angestellt werden konnten. Die Intensität war so schwach, daß keine brauchbaren Figuren entstanden.

Die Schallgeschwindigkeit  $a$  soll jetzt noch mit Hilfe der Röhre III bez. mit den für sie bei allen vier Tönen gefundenen Werten von  $v$  berechnet werden, die mittleren Fehler sind nämlich gerade für diese Röhre sämtlich sehr klein.

So bekommt man für  $a$

aus Ton I und II	334,8 m	aus Ton II und III	331,7 m
„ „ I „ III	333,3	„ „ II „ IV	330,2
„ „ I „ IV	331,0	„ „ III „ IV	328,6

Das Mittel würde 331,6 m betragen; aber auch hier sieht man wieder, daß  $a$  sich nach einer ganz bestimmten Regel ändert: es wird kleiner, je größer die Differenz der Schwingungszahlen wird. Dies ist so zu verstehen, daß, wenn man von einem bestimmten Ton ausgeht und mit ihm höhere und höhere kombiniert, die Schallgeschwindigkeit abnimmt; bei Änderung

der Röhrenweite und bei konstanter Tonhöhe war das Verhältnis ganz ähnlich: geht man von einer Röhre mit bestimmtem Radius aus und kombiniert sie mit engeren und engeren Röhren, so nimmt die Schallgeschwindigkeit ab.

Es soll jetzt die Größe  $\gamma$  der Kirchhoffschen Formel berechnet werden, und zwar nach den verschiedenen Methoden. Die mit Ton I gewonnenen Zahlen für  $v$  bez.  $a$  sollen keine Verwendung finden, außer bei Röhre III. Bei Ton II wird  $\gamma$  für die sechs Röhren einzeln nach Formel (5) berechnet, dann durch Kombination von je zwei Röhren, also nach Formel (3); bei Ton III gilt dasselbe für die fünf benutzten Röhren, bei Ton IV für die Röhren A, B und C. Schließlich soll  $\gamma$  für Röhre III durch Kombination je zweier von den vier Schwingungszahlen, also nach Formel (4) berechnet werden. Bei Anwendung der Formel (5) ist  $a = 332,1$  m gesetzt.

1.  $\gamma$  nach der Formel (5). Ton II bis IV.

Röhre	Ton II	Ton III	Ton IV
I	0,00784	0,00926	} 0,01459
II	0,00855	0,00999	
III	0,00965	0,01018	0,01397
IV	0,01028	0,01011	} 0,01469
V	0,00923	0,00940	
VI	0,00900	—	—

2.  $\gamma$  nach der Formel (3).

Röhren	Ton II	Ton III	Röhren	Ton II	Ton III
I und II	0,01299	0,01887	II und VI	0,00987	—
I „ III	0,01894	0,01207	III „ IV	0,01093	0,01001
I „ IV	0,01213	0,01068	III „ V	0,00897	0,00885
I „ V	0,01000	0,00931	III „ VI	0,00856	—
I „ VI	0,00936	—	IV „ V	0,00432	0,00714
II „ III	0,01559	0,01100	IV „ VI	0,00749	—
II „ IV	0,01201	0,01047	V „ VI	0,00856	—
II „ V	0,00971	0,00887			

Für Ton IV ergeben sich die Werte:

aus Röhre	A	und B	0,01223
"	"	A	" C 0,01477
"	"	B	" C 0,01562.

3. Mit der Formel (4) findet man endlich aus Röhre III für  $\gamma$ :

mit Ton	I	und II	0,01663
"	"	I	" III 0,01480
"	"	I	" IV 0,01116
"	"	II	" III 0,00882
"	"	II	" IV 0,00445
"	"	III	" IV 0,00314

Nach diesen Berechnungen schwankt  $\gamma$  zwischen 0,00314 und 0,01663; nachdem bereits die Ungültigkeit der Kirchhoffschen Formel bewiesen worden ist, sind die großen Verschiedenheiten in den Werten von  $\gamma$  erklärlich.

#### IV. Versuche mit besonderen Röhren.

Die Kirchhoffsche Formel stimmt also mit den Experimenten nicht überein. Da die Theorie aber jedenfalls an und für sich richtig ist, muß man zu der Ansicht kommen, daß außer den in der Formel berücksichtigten Einflüssen noch andere vorhanden sind, die bei der Schallgeschwindigkeit in Röhren eine Rolle spielen. Man kann daran denken, daß außer der Reibung und Wärmeleitung im Gas eine Reibung an der Röhrenwand und die Wärmeleitung des Materiales der Röhre die Schallgeschwindigkeit beeinflussen, und um solche Einflüsse zu studieren, habe ich noch Versuche besonderer Art angestellt.

1. Um die innere Oberfläche einer Glasröhre rauh zu machen und so die Reibung an der Wand zu vermehren brachte ich eine ziemlich große Menge von Samen *Lycopodium* in die Röhre hinein und ließ sie an der feuchten Luft längere Zeit stehen, während der ich die Röhre ab und zu drehte, damit sich die Wand möglichst gleichmäßig mit Staub überzog. Wenn die Staubschicht so dicht geworden war, daß man gerade noch hindurchsehen konnte, wurde die Luft im Innern



der Röhre getrocknet und die Versuche in der bekannten Weise angestellt. Die Staubfiguren hatten hierbei eine etwas andere Form als gewöhnlich; denn der Staub fällt jetzt in den Bäuchen von beiden Seiten nach der tiefsten Stelle der Röhre. In den Bäuchen gehen die Rippen, die von beiden Seiten kommen, ineinander über, dadurch liegen die Knotenpunkte jetzt in runden Löchern.

Derartige Versuche wurden mit Röhre I und III angestellt; benutzt wurde zu diesen wie zu den weiteren Versuchen immer Ton III, weil mit ihm früher die besten Resultate erzielt worden waren.

Röhre I.

$t$	$\lambda_1$	$\lambda_0$	$v_0$	$\Delta$
18,8	6,976	6,747	329,4	+0,2
18,4	6,966	6,742	329,2	—
18,3	6,962	6,740	329,0	-0,2
18,1	6,965	6,745	329,3	+0,1
18,0	6,956	6,738	328,9	-0,3
17,4	6,956	6,745	329,3	+0,1

Mittelwert:  $v = 329,2$  m. Mittlerer Fehler: 0,15 m.

Röhre III.

17,4	6,905	6,695	326,8	—
17,5	6,922	6,710	327,6	+0,8
17,6	6,901	6,689	326,5	-0,3
17,8	6,909	6,694	326,8	—
18,2	6,912	6,691	326,7	-0,1
18,6	6,913	6,688	326,5	-0,3

Mittelwert:  $v = 326,8$  m. Mittlerer Fehler: 0,25 m.

Die Verringerung der Schallgeschwindigkeit ist also recht bedeutend, wenn die Röhrenwand mit Staub überzogen ist:

ohne Staubschicht ist  $v = 330,45$  m in I und 329,57 m in III,

mit „ „ „  $v = 329,2$  m „ I „ 326,8 m „ III.

Wahrscheinlich ist auch die verhältnismäßig geringe Staubmenge, die bei den anderen Versuchen zum Erzeugen der Figuren gebraucht wurde, nicht ganz ohne Einfluß.

2. Ich habe nun in die Röhre I einmal eine engere Glasröhre, ein anderes Mal eine Messingsstange so hineingesteckt und in einer Weise darin befestigt, daß die beiden Röhren bez. Glasröhre und Messingstange sich nicht berührten. In dem Zwischenraum wurden die Staubfiguren erzeugt. Die engere Glasröhre und die Messingstange hatten gleiche Dicke; sie betrug 11,1 mm, sodaß der Zwischenraum etwa 2,2 mm weit war.

#### Röhre I und Glasröhre.

$t$	$\lambda_i$	$\lambda_o$	$v_o$	$d$
18,6	6,966	6,740	329,0	—
18,6	6,970	6,744	329,2	+0,2
19,1	6,968	6,736	328,9	-0,1
19,1	6,964	6,732	328,7	-0,3
19,1	6,972	6,740	329,1	+0,1

Mittelwert:  $v = 329,0$  m. Mittlerer Fehler: 0,14 m.

#### Röhre I und Messingstange.

18,4	6,950	6,727	328,4	+0,2
18,7	6,952	6,726	328,3	+0,1
18,7	6,946	6,720	328,1	-0,1
18,9	6,943	6,715	327,8	-0,4
19,0	6,952	6,722	328,2	—

Mittelwert:  $v = 328,2$  m. Mittlerer Fehler: 0,16 m.

Bei der Messingstange ist die Verzögerung wesentlich größer (0,8 m) als bei der Glasröhre, jedenfalls wegen der größeren Wärmeleitungsfähigkeit des Metalles.

Die Glasröhren mußten, nachdem die Luft in ihnen getrocknet war, gewöhnlich für kurze Zeit offen stehen, während der eigentliche Versuch gemacht wurde. Man könnte denken, daß dabei feuchte Luft eintreten und das Resultat falschen

würde. Um dies zu untersuchen, habe ich mit einer Röhre nacheinander vier Versuche gemacht, die Luft aber nur vor dem ersten getrocknet und die Röhre dann gar nicht mehr verschlossen, sodaß also die feuchte Zimmerluft eintreten konnte. Die vier Versuche nahmen eine Zeit von 45 Min. in Anspruch; die folgende Tabelle zeigt, daß von einem merklichen Einfluß der feuchten Luft nicht die Rede sein kann.

Nr.	$t$	$\lambda_1$	$\lambda_0$	$v_0$
I	19,0	7,027	6,795	331,7
II	19,0	7,036	6,803	332,1
III	19,0	7,030	6,797	331,9
IV	19,1	7,034	6,800	332,0

#### V. Resultate.

Die Ergebnisse meiner Untersuchungen über die Schallgeschwindigkeit in Röhren kann ich kurz folgendermaßen zusammenfassen.

Die von Helmholtz und Kirchhoff aufgestellte Formel hat keine allgemeine Gültigkeit, wenn sie auch die Verzögerung, die der Schall in Röhren erleidet, annähernd wiedergibt. Wie die Formel zu korrigieren ist, soll einstweilen nicht näher untersucht werden; einmal scheint mir das bis jetzt vorliegende Material kaum auszureichen, und dann ist es ganz besonders wünschenswert, daß zuerst einmal die wahre Schallgeschwindigkeit in freier Luft genau bestimmt wird. Wenn es auch an zahlreichen Bestimmungen nicht gefehlt hat, so ist man doch immer in Verlegenheit, welchen Wert man seinen Untersuchungen zu Grunde legen soll.

Die Schallgeschwindigkeit ist in einer Röhre abhängig von dem Material derselben: je rauher die Wand und je größer die Wärmeleitung ist, um so größer ist die Verzögerung.

Diese letzten Resultate beweisen, daß man die Konstante  $\gamma$  nicht aus den anderweitig gefundenen Zahlenwerten von Wärmeleitung und Reibung des betreffenden Gases berechnen kann, sondern daß  $\gamma$  von Fall zu Fall variieren kann. Die Versuche

erklären auch die Abweichungen von der Kirchhoffschen Formel, die einen Einfluß des Materiales der Röhre auf die Schallgeschwindigkeit nicht berücksichtigt.

Die vorliegenden Untersuchungen sind im Physikalischen Institut der Bonner Universität ausgeführt worden. Zum Schluß will ich dem Direktor desselben, Hrn. Prof. Kayser, nochmals meinen herzlichen Dank aussprechen für seine freundliche Unterstützung bei meiner Arbeit.

Bonn, Physikalisches Institut, im Februar 1903.

(Eingegangen 11. Februar 1903.)

**7. Die Verwendung des Keilkompensators  
von Arago zur Messung der Brechungsexponenten  
von Flüssigkeiten; von J. Wallot.**

(Auszug aus der Münchner Inaugural-Dissertation.)

In den Sitzungsberichten der Pariser Académie des sciences vom Jahre 1840 findet sich eine Mitteilung von Arago<sup>1)</sup> über Interferenzversuche, bei denen er zur willkürlichen Verschiebung seiner Interferenzstreifen<sup>2)</sup> einen Keilkompensator benutzte. Es war dies eine Art Babinetscher Kompensator aus Glas, wie man ihn leicht herstellen kann, indem man ein Prisma mit kleinem brechendem Winkel durch einen Schnitt senkrecht zu seiner brechenden Kante in zwei Teile zerlegt und diese in entgegengesetzter Lage durch irgend eine Vorrichtung aneinander verschiebbar macht.

Der Apparat wurde von französischen Physikern später noch mehrmals zu ähnlichen Zwecken gebraucht, z. B. von Billet<sup>3)</sup> und Croullebois<sup>4)</sup>; in Deutschland dagegen scheinen die älteren Kompensatorformen — Arago hatte ausser dem Keilkompensator noch einen Plattenkompensator konstruiert — durch den Jaminschen<sup>5)</sup> Kompensator vom Jahre 1858 völlig in den Hintergrund gedrängt worden zu sein.

So war es möglich, dass ich erst mehrere Monate, nachdem ich die vorliegende Arbeit auf Veranlassung des Hrn. Prof. Dr. Zehnder begonnen hatte, und erst bei der Lektüre eines französischen Werkes<sup>6)</sup> zufällig von der Vorgeschichte meines Apparates etwas erfuhr.

1) D. F. J. Arago, *Compt. rend.* 10. p. 813. 1840.

2) Wie er diese herstellte, ist nicht zu ersehen.

3) F. Billet, *Ann. de chim. et phys.* (3) 64. p. 385. 1862; *Compt. rend.* 67. p. 1000. 1868.

4) M. Croullebois, *Ann. de chim. et phys.* (4) 20. p. 136. 1870.

5) J. C. Jamin, *Ann. de chim. et phys.* (3) 52. p. 163. 1858.

6) E. Verdet, *Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichtes.*  
Deutsche Bearbeitung von K. Exner 1. p. 93. Braunschweig 1881.

Auch Hr. Prof. Zehnder war von dem Gedanken ausgegangen, einen Keilkompensator zur willkürlichen Verschiebung von Interferenzstreifen, und zwar speziell in Verbindung mit dem Interferentialrefraktor, zu verwenden, zumal da die Keilverschiebung, im Gegensatz zu der Drehung des Jaminischen Kompensators, der Zahl der vorüberwandernden Streifen durchaus proportional ist; er erkannte aber sofort, daß man den Keilkompensator auch direkt zur Messung der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten, insbesondere auch von absorbierenden Flüssigkeiten, verwenden kann, und es ist vor allem diese neue Meßmethode, zu deren eingehender Untersuchung er mich aufforderte.

Die von Prof. Zehnder vorgeschlagene Anordnung ist die folgende (Fig. 1): In den Weg des einen der zwischen den Platten des Interferentialrefraktors verlaufenden Strahlenbündel

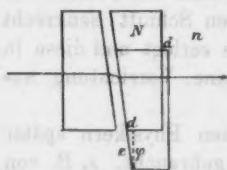


Fig. 1.

bringt man den Doppelkeil von Arago, in den Weg des andern — damit der Gesamtgangunterschied nicht zu groß wird — eine planparallele Platte aus demselben Material, die ungefähr ebenso dick ist wie die beiden Keile, wenn sie einander überdecken. Wird der eine der beiden

Keile, wie es die Figur zeigt, etwa durch eine feine Mikrometerschraube um eine Strecke  $e$  verschoben, so findet das Strahlenbündel, das die beiden Keile senkrecht zu ihren äußeren Begrenzungsflächen durchsetzt, in einer sich stetig vorlagernden Schicht von der Dicke  $d$  nicht mehr den Brechungsexponenten des äußeren Mediums  $n$ , sondern den des Keilmateriales  $N$  vor. Die im Refraktorfernrohr vorüberwandernde Streifenzahl  $s$  wird daher durch

$$\lambda s = d(N - n)$$

gegeben ( $\lambda$  ist die Wellenlänge des benutzten homogenen Lichtes in dem Medium, auf das der Brechungsexponent bezogen wird), oder wenn man  $e$  und den Keilwinkel  $\varphi$  einführt, durch

$$(1) \quad \lambda s = e \sin \varphi (N - n).$$

Kennt man nun  $N$ ,  $\varphi$  und  $\lambda$ , und senkt man den Kompensator in eine Flüssigkeit mit dem Brechungsexponenten  $n$ , so

kann man durch Messung von  $s$  und  $e$  den Brechungsexponenten der Flüssigkeit bestimmen.

Die hier skizzierte Anordnung ist übrigens bis auf die den Kompensator umgebende Flüssigkeit schon von Billet<sup>1)</sup> angegeben worden; von einer Benutzung des Kompensators zur direkten Messung von Brechungsexponenten habe ich dagegen nirgends in der Literatur etwas finden können.<sup>2)</sup>

Bei der Ableitung der Gleichung (1) wurde durch die Benutzung der Fig. 1 eine spezielle Orientierung vorausgesetzt. Bei allgemeiner Orientierung erhält man eine viel verwickeltere Beziehung. Denn während in der Gleichung (1) die Brechungsexponenten der beiden Medien nur deshalb vorkommen, weil die optischen und nicht die geometrischen Weglängen einzusetzen sind, hängt bei allgemeiner Orientierung die geometrische Weglänge selbst wieder von den Richtungsänderungen, die der Strahl durch Brechungen erleidet, und dadurch von den Brechungsexponenten ab.

Eine genauere theoretische Untersuchung, zu der ich jetzt übergehe, muß darüber entscheiden, ob und innerhalb welcher Grenzen mit der einfacheren Formel (1) gerechnet werden darf.

### I. Die Theorie des Apparats.

Es handelt sich in diesem Abschnitt vor allem um die Verallgemeinerung der Gleichung (1), also um die Frage: Wie ändern sich die Gangunterschiede der in der Fadenkreuzebene des Beobachtungsfernrohrs interferierenden Strahlen, wenn man den beweglichen Keil des beliebig orientierten Kompensators um eine geradlinige, beliebig gerichtete Strecke  $e$  sich selber parallel verschiebt?

Da es sehr mühselig wäre, die Aufgabe ohne weiteres so allgemein durchzuführen, lasse ich bei der Untersuchung vorläufig den festen Keil und die Planplatte des Kompensators und den Interferentialrefraktor selbst ganz weg und betrachte

1) Er erzeugte die Interferenzstreifen durch seine Halblinsen.

2) In der neusten Zeit hat auch Lummer einen Doppelglaskoil benutzt, jedoch zu anderem Zwecke: O. Lummer, Arch. Néerl. (2) 6: p. 773. 1901.



nur den beweglichen Keil und einen einzigen, diesen in beliebiger Richtung durchsetzenden, homogenen Lichtstrahl (vgl. Fig. 2, p. 360). Ich fasse dann die Bahnen, die dieser Lichtstrahl vor und nach der Verschiebung des Keils durchläuft, als die Bahnen zweier voneinander unabhängiger Strahlen auf und berechne den Gangunterschied  $\Delta$ , den diese nach ihrem Durchtritt durch den Keil haben.<sup>1)</sup> Es wird später (p. 366 f.) gezeigt werden, daß dieser Gangunterschied, von verschwindend kleinen Korrekturen abgesehen, bereits die gesuchte, bei der tatsächlichen Versuchsanordnung vorüberwandernde Streifenzahl  $s$  liefert.

Der nächstliegende Weg zur Bestimmung von  $\Delta$  wäre der, den Verlauf der Strahlen vor der Verschiebung und nach der Verschiebung, oder wie ich sie kürzer nennen will, der Strahlen  $a$  und  $b$  im Raume zu konstruieren und dann Stück für Stück die optischen Längen, d. h. die geometrischen Längen, multipliziert mit den Brechungsexponenten, zu berechnen. Dabei werden die Formeln aber so kompliziert und unübersichtlich, daß man sich besser nach Hilfsmitteln umsieht, die das verhältnismäßig einfache Ergebnis auch auf einfachem Wege abzuleiten erlauben.

Ein solches recht fruchtbare Hilfsmittel ist ein Satz, den Helmholtz<sup>2)</sup> in der folgenden Form ausgesprochen hat:

„Wenn Lichtstrahlen von einem Punkt ausgegangen<sup>3)</sup> und durch beliebig viele Flächen von kontinuierlicher Krümmung<sup>4)</sup> gebrochen worden sind, stehen sie nach der letzten Brechung senkrecht auf jeder krummen Fläche, für deren sämtliche Punkte die optische Länge eines Strahles einen konstanten Wert hat.“

1) Der Gangunterschied zweier Strahlen bezieht sich immer auf ihren Schnittpunkt; er hat für jedes homogene Medium einen bestimmten Wert. Bei parallelen Strahlen vergleicht man entsprechend den Schwingungszustand zweier Punkte, die auf derselben Normalebene liegen.

2) H. Helmholtz, Wissensch. Abhandl. 2. p. 153. 1883.

3) Nur derartige „homozentrische“ Strahlen sind bekanntlich interferenzfähig.

4) Der Satz gilt praktisch auch für Flächen mit scharfen Kanten und Spitzen, wie man sie bei den meisten Interferenzapparaten findet; man braucht sich nur die Kanten und Spitzen durch sehr kleine kontinuierliche Flächen abgerundet zu denken.



Ursprünglich homozentrische Strahlen kommen also nach beliebig vielen Brechungen (oder Reflexionen) auf ihren Normalflächen ohne Gangunterschied an.

Da nun aber diese Normalflächen im allgemeinen eine recht verwickelte Gestalt haben, ist mit dem Satz in dieser allgemeinen Fassung noch nicht viel anzufangen. Seine Bedeutung tritt erst zu Tage, wenn man ihn spezialisiert für den Fall, daß die ursprünglich homozentrischen Strahlen auch nach den Brechungen (oder Reflexionen) noch homozentrisch sind. Dann entsprechen dem leuchtenden Punkt als Objektpunkt lauter ganz bestimmte Bildpunkte, dann ist jede Kugelfläche um einen der Bildpunkte eine Normalfläche, und der Satz sagt aus, daß alle Strahlen in den Bildpunkten, in denen allein eine Interferenzwirkung möglich wäre, ohne Gangunterschied ankommen.

Glücklicherweise ist dieser Grenzfall der vollkommen homozentrischen Abbildung meistens annähernd, oft, z. B. bei einem Bündel von parallelen Strahlen, die nur durch ebene Flächen abgebildet werden, sogar vollkommen verwirklicht. Man kann daher den folgenden Satz aufstellen:

Hilfssatz<sup>1)</sup>: Ein Strahl, der von einer ebenen Fläche gebrochen oder reflektiert wird, kann in dieser beliebig parallel verschoben werden, ohne daß sich der Gangunterschied ändert, der nach der Brechung oder Reflexion zwischen ihm und einem beliebigen Parallelstrahl<sup>2)</sup> besteht.

Die Bedeutung dieses Hilfssatzes für die Berechnung von Interferenzapparaten liegt darin, daß man Strahlen, deren Gangunterschied unbequem zu finden ist, durch andere gleichwertige ersetzen kann, deren Gangunterschied leichter zu berechnen ist. Wir werden ihn im folgenden mehrmals mit Vorteil benutzen.

1) Eine allgemeinere Fassung wäre die folgende: Strahlen, die von irgend einem Punkt ausgegangen sind und sich in demselben Bildpunkt wieder vereinigt haben, liefern mit einem durch diesen Bildpunkt gehenden Strahle alle denselben Gangunterschied.

2) Man beachte, daß diesem Strahle nur die eine Bedingung auferlegt wird, daß er in dem Medium, für das der Gangunterschied berechnet werden soll, dem erstgenannten Strahl parallel läuft.

Man nehme zunächst Fig. 2 zu Hülfe, die den beweglichen Keil und den ihn durchsetzenden Lichtstrahl darstellt. Alle Richtungen sollen auf den Keil bezogen werden.

Der Keilwinkel sei wie früher  $\varphi$ ; eine zu der Keilkante senkrechte Ebene heiße, wie es Brauch ist, ein Hauptschnitt des Keils. Die Richtung des von der Lichtquelle auf die „vordere“ Keilfläche auffallenden Strahles soll gegeben sein durch seinen Einfallswinkel  $i$  und durch den Winkel  $\eta$ , den seine Einfallsebene mit den Hauptschnitten des Keiles bildet.  $i$  und  $\eta$  können alle Werte von  $-\pi/2$  bis  $+\pi/2$  annehmen.  $i$  sei positiv, wenn der einfallende Strahl auf die Keilkante zu

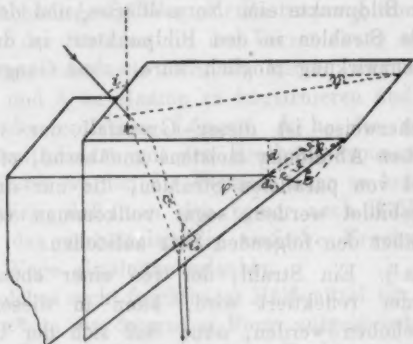


Fig. 2.

gerichtet ist; bei  $\eta$  braucht die Bedeutung der Vorzeichen nicht festgesetzt zu werden, da nur  $\cos \eta$  vorkommen wird.

Die Verschiebung  $e$  denke ich mir auf einen Hauptschnitt projiziert;  $\vartheta$  sei der spitze Winkel, den diese Projektion mit der zweiten Keilfläche, die ich die „schiefe“ nenne, bildet, und zwar soll  $\vartheta$ , wenn man die Projektion der Verschiebungsrichtung um die Keilkante von einer Anfangslage in der schiefen Keilfläche aus nach der vorderen Keilfläche hin um  $360^\circ$  dreht, im ersten und dritten Quadranten dieser Drehung positiv, im zweiten und vierten negativ sein. Ich verzichte überhaupt darauf, die Richtung, in der die Mikrometerschraube gedreht wird, auf das Vorzeichen des Gangunterschiedes  $\Delta$  und damit der Streifenzahl einwirken zu lassen, und ziehe es vor, den Gangunterschied und die Streifenzahl immer als positive

Größen zu berechnen. Endlich sei der Winkel zwischen der Verschiebungsrichtung und der Keilkante gleich  $\zeta$ .

Im allgemeinen wird der Strahl bei seiner ersten Brechung (in der vorderen Keilfläche) in einer anderen Einfallsebene verlaufen als bei seiner zweiten Brechung (in der schiefen Keilfläche); ich unterscheide daher eine erste und eine zweite Einfallsebene. Die zweite Einfallsebene ist vor und nach der Verschiebung bei unveränderter Richtung ihrer Normalen in verschiedenen Lagen; ich spreche deshalb von den Ebenen  $2a$  und  $2b$ .

Der Brechungsexponent des Keils sei  $N$ , der des äußeren Mediums  $n$ .  $N$  sei größer als  $n$ .

Die vordere Fläche soll sich in der Richtung ihrer Normalen um  $d$  verschieben, die schiefe Fläche in der Richtung ihrer Normalen um  $d_0$ . Mit den Einfallsloten der beiden Flächen bilde der Strahl der Reihe nach die Winkel  $i, r$  (in der ersten Einfallsebene),  $r_0, i_0$  (in der zweiten Einfallsebene).

$\Delta$  sei, wie schon bemerkt, der zu berechnende Gangunterschied der Strahlen  $a$  und  $b$  nach ihrem Wiedereintritt in das äußere Medium.

Es sei vorläufig vorausgesetzt, daß  $\zeta = 90^\circ$  sei, daß also die Verschiebung in einem Hauptschnitt erfolge.

Ich betrachte nun zuerst die erste Einfallsebene, die durch Fig. 3 dargestellt ist.  $BDE$  ist die Bahn des Strahles  $a$ ,  $BAA_0B_0$  die des Strahles  $b$ . Eine Verschiebung des Strahles  $a$  in die Lage  $CA A_0$  zeigt, daß der Gangunterschied der beiden Strahlen  $a$  und  $b$  im Innern des Keils allein davon herrührt, daß der Strahl  $a$  den Weg  $CA$  im äußeren Medium, der Strahl  $b$  aber den Weg  $BA$  im Keil zurücklegt. Der Gangunterschied der Strahlen im Innern des Keils ist also

$$(2) \quad \Delta' = N \cdot AB - n \cdot AC.$$

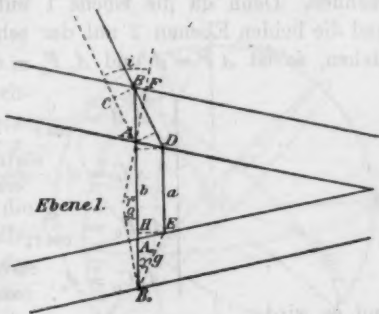


Fig. 3.

Zu diesem Gangunterschied ist, wenn die Strahlen aus dem Keile wieder in das äußere Medium zurückgetreten sind, ein gewisser Betrag hinzugekommen, und der scheint sich nicht so einfach berechnen zu lassen, da sich die beiden Strahlen  $a$  und  $b$  in verschiedenen Ebenen fortpflanzen. Der Hülfsatz beseitigt die Schwierigkeit. Man denkt sich den Strahl  $a$  parallel zu sich selbst verschoben, bis er in

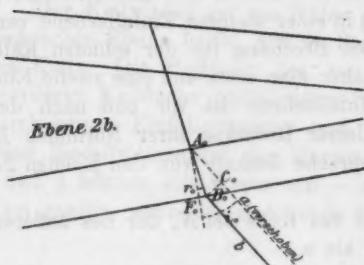


Fig. 4.

Innern des Keils mit dem Strahl  $b$  zusammenfällt. Der neue fingierte Strahl ist dem alten in der Ebene  $2a$  vollständig gleichwertig, und man hat den großen Vorteil, daß sich die Strahlen, deren Gangunterschied zu berechnen ist, jetzt in derselben Ebene, nämlich in der Ebene  $2b$  (Fig. 4) fortpflanzen. Der noch fehlende Gangunterschied  $\Delta''$  kann infolgedessen direkt aus der Figur abgelesen werden:

$$(3) \quad \Delta'' = N \cdot A_0 B_0 - n \cdot A_0 C_0.^1)$$

Die Strecken  $AB$ ,  $AC$ ,  $A_0 B_0$ ,  $A_0 C_0$  sind leicht zu berechnen. Denn da die Ebene 1 auf der vorderen Keilfläche und die beiden Ebenen 2 auf der schiefen Keilfläche senkrecht stehen, so ist  $AF = d$  und  $A_0 F_0 = d_0$ . Man erhält:

$$(4) \quad \begin{cases} AB = \frac{d}{\cos r}, \\ AC = d \cdot \frac{\cos(i-r)}{\cos r}, \\ A_0 B_0 = \frac{d_0}{\cos r_0}, \\ A_0 C_0 = d_0 \cdot \frac{\cos(i_0-r_0)}{\cos r_0}, \end{cases}$$

und es wird

1) Eine Ableitung dieser Gleichung ohne Anwendung des Hülfsatzes findet man in meiner Dissertation p. 15 u. 16.



$Y, T, R, K$  gehören ihr an — entspricht der schiefen Keilfläche.  $KL$  ist die Richtung der auffallenden Strahlen,  $KM$  die der im Keil verlaufenden,  $KN$  die der wieder in das äußere Medium getretenen Strahlen. Die erste Einfallsebene enthält die Punkte  $T, L, M, Z$ , die zweite die Punkte  $JMN R$ ;  $MZ$  ist der Winkel  $r$ ,  $MJ$  der Winkel  $r_0$  und  $MZJ$  der Winkel  $\eta$ . Daher ist:

$$\cos r_0 = \cos r \cos \varphi + \sin r \sin \varphi \cos \eta$$

oder

$$N \cos r_0 = R_1 \cos \varphi + n \sin \varphi \sin i \cos \eta.$$

Ferner ist:

$$\sin i_0 = \frac{N}{n} \sin r_0,$$

und

$$\begin{aligned} n^2 \cos^2 i_0 &= n^2 - N^2 \sin^2 r_0 = n^2 - N^2 + N^2 \cos^2 r_0 \\ &= n^2 - N^2 + R_1^2 \cos^2 \varphi + n^2 \sin^2 \varphi \sin^2 i \cos^2 \eta \\ &\quad + 2 n R_1 \sin \varphi \cos \varphi \sin i \cos \eta, \end{aligned}$$

$$(7) \quad n^2 \cos^2 i_0 = n^2 - N^2 \sin^2 \varphi + 2 n R_1 \sin \varphi \cos \varphi \sin i \cos \eta + n^2 \sin^2 i (\sin^2 \varphi \cos^2 \eta - \cos^2 \varphi) = R_1^2.$$

Man erhält also schließlich:

$$\begin{aligned} \frac{A}{e} &= \sin(\varphi - \vartheta) (R_1 - n \cos i) \\ &\quad + \sin \vartheta (R_1 \cos \varphi + n \sin \varphi \sin i \cos \eta - R_2), \\ (8) \quad \frac{A}{e} &= \sin \varphi \cos \vartheta \cdot R_1 - n \sin(\varphi - \vartheta) \cos i \\ &\quad + \sin \vartheta (n \sin \varphi \sin i \cos \eta - R_2). \end{aligned}$$

Diese Formel wird viel übersichtlicher, wenn  $\varphi$ ,  $i$  und  $\vartheta$  klein sind, wie es der Beschaffenheit des Keils und seiner Einstellung entspricht. Ich setze voraus, daß auf der rechten Seite von (8) alle Kombinationen der Winkel  $i$  und  $\vartheta$  von höherer als der zweiten Ordnung vernachlässigt werden dürfen. Außerdem soll  $\sin^2 \varphi$  von derselben Ordnung sein wie  $i$  und  $\vartheta$ .

Dann wird  $R_1$  nach (6):

$$R_1 = N - \frac{n^2}{2N} i^2.$$

Für  $R_2$  erhält man nach (7), indem man nach  $\sin i$  entwickelt und berücksichtigt, daß  $R_2$  nur mit  $\sin \vartheta$  multipliziert vorkommt:

$$R_2 = \sqrt{n^2 - N^2 \sin^2 \varphi} + \frac{n N \sin \varphi \cos \varphi \cos \eta}{\sqrt{n^2 - N^2 \sin^2 \varphi}} i,$$

und dies läßt sich weiter zu

$$R_2 = n - \frac{N^2}{2n} \sin^2 \varphi + N i \sin \varphi \cos \varphi \cos \eta$$

vereinfachen. Führt man diese Annäherungen in (8) ein und drückt man zugleich alle Kosinus der kleinen Winkel durch die Winkel selbst aus, so erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta}{e} = N \sin \varphi - \frac{N}{2} \vartheta^2 \sin \varphi - \frac{n^2}{2N} i^2 \sin \varphi \\ - n \sin \varphi + \frac{n}{2} \vartheta^2 \sin \varphi + \frac{n}{2} i^2 \sin \varphi \\ + n \vartheta - \frac{n}{2} \vartheta \sin^2 \varphi \\ + n i \vartheta \sin \varphi \cos \eta \\ - n \vartheta + \frac{N^2}{2n} \vartheta \sin^2 \varphi - N i \vartheta \sin \varphi \cos \eta. \end{aligned}$$

$$\Delta = e \sin \varphi \left\{ (N - n) + \left( \frac{n}{2} - \frac{n^3}{2N} \right) i^2 + \left( \frac{N^2}{2n} - \frac{n}{2} \right) \vartheta \sin \varphi \right. \\ \left. - \left( \frac{N}{2} - \frac{n}{2} \right) \vartheta^2 - (N - n) i \vartheta \cos \eta \right\},$$

$$(9) \quad \Delta = e \sin \varphi (N - n) \left\{ 1 + \frac{n}{2N} i^2 + \frac{N + n}{2n} \vartheta \sin \varphi \right. \\ \left. - \frac{\vartheta^2}{2} - i \vartheta \cos \eta \right\}.$$

Ich habe mich jetzt nur noch von der Voraussetzung freizumachen, daß der Keil senkrecht zu seiner Kante verschoben werde. Da selbstverständlich der Gangunterschied der Strahlen  $a$  und  $b$  nur von der Anfangs- und der Endstellung des Keils, aber nicht von dem Verschiebungswege abhängt, so kann man sich die Verschiebung zusammengesetzt denken aus einer Verschiebung in einem Hauptschnitt, die oben behandelt worden ist, und aus einer parallel zu der Keilkante, die an dem Gangunterschied nichts ändert. Dieser bleibt also derselbe, nur ist in die Formel nicht mehr die tatsächliche Verschiebung  $e$  einzutragen, sondern ihre Pro-



jektion auf den Hauptschnitt (vgl. Fig. 2)  $e \sin \zeta$ . Man kommt so zu der Formel:

$$(10a) \quad \left\{ \Delta = e \sin \varphi \sin \zeta (N - n) \left\{ 1 + \frac{n}{2N} i^2 + \frac{N+n}{2n} \vartheta \sin \varphi - \frac{\vartheta^2}{2} - i \vartheta \cos \eta \right\} \right.$$

Diese Gleichung gilt natürlich auch für ein  $n$ , das größer ist als  $N$ , nur ist nach den früheren Festsetzungen dann  $n - N$  statt  $N - n$  einzuführen.

Der Gangunterschied der Strahlen  $a$  und  $b$  ist demnach nur dann der Differenz  $N - n$  proportional, wenn  $i$  und  $\vartheta = 0$  sind, d. h. wenn der betrachtete Lichtstrahl auf die vordere Keilfläche senkrecht auffällt und die schiefe Keilfläche sich in sich selbst verschiebt.

Es muß nun die Frage beantwortet werden, in welchem Zusammenhang der Gangunterschied  $\Delta$  der Strahlen  $a$  und  $b$  mit der im Fernrohr des Interferentialrefraktors beobachteten Streifenverschiebung steht. Ich mache dabei die vereinfachenden Voraussetzungen, daß die Refraktorplatten und die Platte des Kompensators absolut planparallel seien, und daß auch der Doppelkeil, als Ganzes betrachtet, wie eine absolut planparallele Platte wirke.

Verfolgen wir nun einen Lichtstrahl auf seinem Wege von der Lichtquelle bis zu der Fadenkreuzebene des Fernrohrs. Er fällt zunächst auf die erste Refraktorplatte und spaltet sich dort in zwei Teilstrahlen, einen reflektierten  $S_1$  und einen gebrochenen  $S_2$ .  $S_2$  wird an der Rückseite der Refraktorplatte reflektiert und wieder in die Luft hinausgebrochen, wo er dann dem anderen Strahl  $S_1$  parallel läuft. Von hier ab veranschaulicht die Fig. 6 den Verlauf der Strahlen.  $S_1$  durchsetzt die Planplatte,  $S_2$  den Doppelkeil des Kompensators, und zwar durchsetzt  $S_2$  zuerst den festen und dann den beweglichen Keil. Auf den Grund dieser Anordnung werde ich nachher zurückkommen. Es sei aber jetzt schon darauf hingewiesen, daß dies der Fig. 2 widerspricht; denn dort fiel der betreffende Strahl zuerst auf die vordere Fläche des beweglichen Keils, und dies ist nur möglich, wenn er überhaupt den beweglichen Keil zuerst durchsetzt. Unsere ganzen Entwicklungen bis zu der Gleichung (10a)



werden aber dadurch nicht berührt, denn die Verhältnisse der Fig. 2 können immer durch eine Parallelverschiebung des einen der beiden Strahlen  $a$  und  $b$  in die Verhältnisse der Fig. 6 übergeführt werden. Daher wird der Gangunterschied, den die beiden Strahlen  $a$  und  $b$  der Fig. 6 nach ihrem Austritt aus dem Doppelkeil besitzen, ebenfalls durch die Gleichung (10a) gegeben.

Die Strahlen  $S_1$  und  $S_2$  treffen nun weiter auf die zweite Refraktorplatte, die in der Figur als unwesentlich ganz weggelassen ist, treten durch die Objektivlinse  $L$  und werden, da

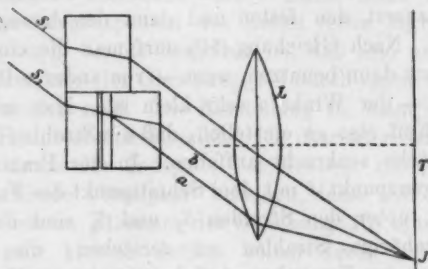


Fig. 6.

das Fernrohr unter den vorhin genannten Voraussetzungen auf unendlich eingestellt werden muß und da  $S_1$  und  $S_2$  einander immer noch parallel sind, in einem Punkte  $J$  der Fadenzkreuzebene  $T$  vereinigt. Wichtig ist hierbei aber, daß sie sowohl vor als auch nach der Verschiebung des beweglichen Keiles in demselben Punkte  $J$  vereinigt werden. Für die Streifenverschiebung in  $J$  kommt also nur der Gangunterschied der Strahlen  $a$  und  $b$  in  $J$ , oder, da der Einfluß der Linse so gut wie ganz vernachlässigt werden kann, der durch die Gleichung (10a) ausgedrückte Gangunterschied in Betracht.

Für die Zahl der in dem Interferenzpunkt  $J$  vorüberwandernden Streifen gilt also die Gleichung:

$$(10) \left\{ \lambda s = e \sin \varphi \sin \zeta (N - n) \left\{ 1 + \frac{n}{2N} i^2 + \frac{N+n}{2n} \vartheta \sin \varphi - \frac{\vartheta^2}{2} - i \vartheta \cos \eta \right\} \right.$$

Läßt man die Voraussetzungen, daß die Refraktorplatten und die Platte des Kompensators absolut planparallel seien und daß auch der Doppelkeil wie eine planparallele Platte wirke, fallen, so werden die Verhältnisse sehr viel verwickelter. Man braucht aber nur den Doppelkeil durch eine besondere Einstellung möglichst zu einer planparallelen Platte zu machen: dann sind die genannten Voraussetzungen wenigstens annähernd erfüllt, und zu einer Änderung der Gleichung (10) ist kein Anlaß.<sup>1)</sup> *Die Gleichung (10) ist bereits die gesuchte Vereinfachung der Gleichung (1).*

Ich komme nun noch zurück auf die Frage, warum der Strahl  $S_2$  zuerst den festen und dann den beweglichen Keil durchsetzt. Nach Gleichung (10) darf man die einfache Gleichung (1) nur dann benutzen, wenn — von anderen Bedingungen abgesehen — der Winkel  $i$  sehr klein ist. Man muß den beweglichen Keil also so einstellen, daß die Strahlen  $S_2$  auf seine vordere Fläche senkrecht auffallen. In der Praxis fällt nun der Interferenzpunkt  $J$  mit dem Schnittpunkt des Fadenkreuzes zusammen, unter den Strahlen  $S_1$  und  $S_2$  sind daher solche zusammengehörige Strahlen zu verstehen, die durch die Objektivlinse des Fernrohrs im Schnittpunkt des Fadenkreuzes vereinigt werden. Die betreffende Einstellung ist deshalb eine Fixierung des beweglichen Keiles relativ zum Fernrohr. Sie muß mit dem Gauss'schen Okular geschehen, und hierbei ist es ohne Zweifel das beste, die Fläche, auf die es ankommt, d. h. die vordere Fläche des beweglichen Keils, dem Fernrohr selbst möglichst zu nähern, wie es durch die Anordnung der Fig. 6 geschehen ist.

Bei der praktischen Verwendung des Kompensators nimmt ein Glastrog die zu untersuchenden Flüssigkeiten auf. Es genügt wohl, darauf hingewiesen zu haben, daß dieser Trog schwach prismatisch sein darf, ohne daß dies auf die Schärfe der Streifen oder auf die Genauigkeit der Messungen einen Einfluß hätte.

Es handelt sich jetzt darum, die Grenzen festzustellen, innerhalb deren mit der Gleichung (1) gerechnet werden darf.

1) Genaueres findet man in meiner Dissertation p. 19—27.

Denn selbstverständlich ist es durch keine Einstellungsmethode möglich,  $i$  und  $\vartheta$  vollkommen gleich Null und  $\zeta$  vollkommen gleich  $90^\circ$  zu machen, wodurch freilich (10) sofort in (1) überginge. Von einer Einstellung des Winkels  $\zeta$  habe ich sogar ganz abgesehen, da der Proportionalitätsfaktor  $\sin \varphi \sin \zeta / \lambda$ , auf den auch noch die Mängel der Mikrometerschraube einwirken<sup>1)</sup>, viel besser durch einen Eichversuch eliminiert wird.

Im folgenden soll also untersucht werden, wie der aus den Beobachtungen abgeleitete Brechungsexponent der zu untersuchenden Flüssigkeit durch unvollkommene Einstellung der Winkel  $i$  und  $\vartheta$  beeinflusst wird. Dabei setze ich voraus, daß der Brechungsexponent des Keiles (etwa durch eine besondere Eichung) bereits bestimmt ist, daß also nur der Proportionalitätsfaktor der Gleichung (10) durch einen Eichversuch eliminiert werden muß. Die Einstellung sei beim Eichversuch und beim Hauptversuch dieselbe. Ich charakterisiere die Eichflüssigkeit durch den Index 1, die Größen, die sich auf die zu untersuchende Flüssigkeit beziehen, lasse ich ohne Index. Die in der letzten Klammer der Gleichung (10) hinter der Eins folgenden sehr kleinen Größen sollen durch  $\alpha$  und  $\alpha_1$  abgekürzt werden; die Länge  $\lambda / (\sin \varphi \sin \zeta)$  sei gleich  $L$  und der Quotient  $s/e = q$ .

Dann sind die Ausgangsgleichungen:

$$(11) \quad \begin{cases} Lq(1-\alpha) = N - n, \\ Lq_1(1-\alpha_1) = N - n_1. \end{cases}$$

Durch Elimination von  $L$  kann hieraus  $n$  berechnet werden. Es ist:

$$q_1(1-\alpha_1)n = q(1-\alpha)n_1 - \{q(1-\alpha) - q_1(1-\alpha_1)\}N$$

und

$$n = \frac{q n_1 - (q - q_1)N}{q_1(1-\alpha_1)} - \frac{\alpha q n_1 - (\alpha q - \alpha_1 q_1)N}{q_1(1-\alpha_1)}.$$

Näherungsweise kann man nun setzen:

$$\frac{1}{1-\alpha_1} = 1 + \alpha_1.$$

1) Vgl. p. 398.

Bezeichnet man daher den Wert, den man für  $n$  erhält, wenn man  $i$  und  $\vartheta$  vernachlässigt, mit  $|n|$ , also

$$(12) \quad |n| = \frac{q n_1 - (q - q_1) N}{q_1},$$

so ergibt sich leicht:

$$(n - |n|) q_1 = (\alpha - \alpha_1)(N - n_1) q.$$

Nach (10) ist nun:

$$\alpha - \alpha_1 = \frac{n - n_1}{2} \left\{ \frac{i^2}{N} - \frac{N}{n n_1} \vartheta \sin \varphi \right\},$$

aus den Gleichungen (11), in denen man jetzt die  $\alpha$  vernachlässigen kann, folgt außerdem:

$$\frac{q}{q_1} = \frac{N - n}{N - n_1},$$

und man erhält daher schließlich:

$$(13) \quad n - |n| = \frac{(N - n)(n - n_1)}{2} \left\{ \frac{i^2}{N} - \frac{N}{n n_1} \vartheta \sin \varphi \right\}.$$

Diese Gleichung entscheidet die Frage, wie klein man die Winkel  $i$  und  $\vartheta$  zu machen hat, um eine bestimmte Genauigkeit zu erreichen. Ich wähle die später auszuführende Messung der Brechungsexponenten von Kochsalzlösungen als Beispiel. Hier ist  $n_1 = 1,333$ ;  $n$  sei gleich 1,360;  $\sin \varphi$  ist bei meinen Keilen ungefähr gleich 0,0874;  $N = 1,519$ . Man findet:

$$n - |n| = 2,15 \cdot 10^{-3} \cdot \{0,66 i^2 - 0,073 \vartheta\}.$$

Ist also  $i$  z. B. gleich  $10^{-2}$ , so bewirkt dies im Resultat einen einseitigen Fehler von  $1,4 \cdot 10^{-7}$ ; ist  $\vartheta = 10^{-2}$ , so ist der Fehler gleich  $1,6 \cdot 10^{-6}$ .

Den Brechungsexponenten des Keiles  $N$  bestimmt man am besten durch eine besondere Eichung. Kennzeichnet man die hierzu nötigen beiden Eichflüssigkeiten durch die Indizes 1 und 2, so ergeben sich die beiden folgenden Formeln, die ganz ähnlich wie (12) und (13) abgeleitet werden:

$$(14) \quad |N| = \frac{q_1 n_2 - q_2 n_1}{q_1 - q_2},$$

$$(15) \quad |N| - N = \frac{(N - n_1)(N - n_2)}{2} \left\{ \frac{i^2}{N} - \frac{N}{n_1 n_2} \vartheta \sin \varphi \right\}.$$

Bestimmt man z. B. mit dem oben gewählten Wert  $n_1$  und mit  $n_2 = 1,378$  den Brechungs-exponenten des Keiles, so ergibt  $i = 10^{-2}$  einen Fehler in  $N$  von  $8,6 \cdot 10^{-7}$ ,  $\vartheta = 10^{-2}$  dagegen einen Fehler von  $9,5 \cdot 10^{-6}$ .<sup>1)</sup>

Selbst wenn man also  $i$  und  $\vartheta$  nur auf  $1/100$  (etwa  $34'$ ) verkleinert, bleiben die einseitigen Fehler im Resultat jedenfalls unter einer Einheit der fünften Dezimale.

Das Einstellungsverfahren und die erreichbare Verkleinerung der Winkel kann erst nach der ausführlichen Beschreibung des Apparates besprochen werden.

Die Gleichungen (12) und (14) sind die Formeln, nach denen die Versuche auszurechnen sind. Man beachte, daß man in ihnen die Quotienten  $q$ , deren zugehörige Brechungs-exponenten größer als  $N$  sind, mit dem negativen Vorzeichen zu versehen hat, und daß man auch alle Brechungs-exponenten um denselben Betrag, z. B. um eins, verringern kann, ohne daß die Formeln unrichtig werden, was für die praktische Durchführung der Rechnungen von Bedeutung ist.

## II. Beschreibung des Apparats.

Der Kompensator, mit dem ich einige Versuche ausgeführt habe, besteht im wesentlichen aus den Glasteilen  $G$  (Fig. 7), der Fassung  $F$ , der Parallelverschiebung  $V$  und dem Winkelstück  $W$  und wird auf einem Träger  $T$  an der Wand des Zimmers so hoch über dem Arbeitstisch befestigt, daß die Glasteile und die Platten des aufzustellenden Interferentialrefraktors in der gleichen Höhe sind.

1) Man kann auch bei jeder Messung  $N$  und  $L$  durch zwei Eichtflüssigkeiten eliminieren, sodaß die Einstellung während dreier Verschiebungen dieselbe bleibt. Dann ist der Einfluß von  $i$  und  $\vartheta$  noch geringer; die betreffenden Formeln sind in der Dissertation p. 29–30 abgeleitet.

Die Glasteile wurden von Steinheil in München aus Crown-glas hergestellt. Die beiden abgestumpften Keile, deren Keilwinkel etwa  $5^\circ$  beträgt, bilden, wenn sie übereinander geschoben sind, eine Platte, die nicht ganz 3 cm hoch, 1 cm breit und ebenso lang ist. Ungefähr dieselben Dimensionen hat die in den Weg des anderen Strahlenbündels zu bringende planparallele Platte.

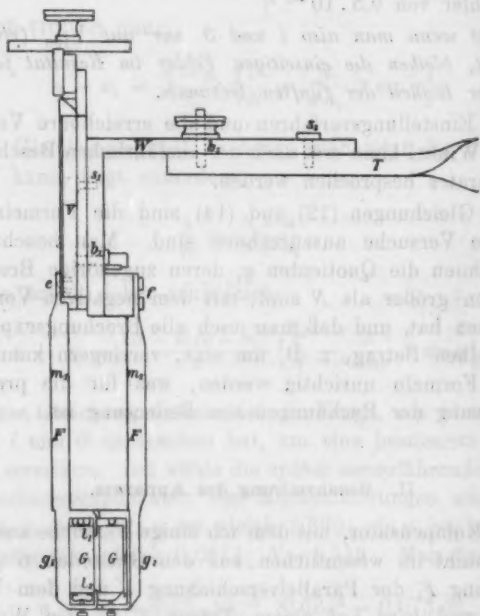


Fig. 7.

Der eine der beiden Keile, der feste, wurde in der Steinheilschen Anstalt an der eben genannten Planplatte so festgekittet, daß seine äußere (von dem beweglichen Keil abgewandte) Fläche möglichst genau mit der entsprechenden Fläche der Planplatte übereinstimmte (vgl. Fig. 17, p. 382). Zu diesem Zwecke wurden der Keil und die Planplatte beim Kitten auf eine ebene Glasfläche aufgelegt. Es

wurde ein Wasserglasasbestkitt verwendet, der sich wenigstens in kalten wässrigen Lösungen recht gut bewährte.<sup>1)</sup>

Zum Verschieben des beweglichen Keils benutzte ich ein schon öfters gebrauchtes Objektschraubenmikrometer von Zeiss.<sup>2)</sup>

Fig. 8 zeigt in Seitenansicht die Führung des Mikrometers. Auf ihr wird bei  $m$  die Mutter  $M$  der Mikrometerschraube  $S$  (Fig. 9) befestigt. Diese gestattet bei einer Ganghöhe von 0,2 mm eine Gesamtverschiebung des Schlittens von 10 mm. Die ganzen Umdrehungen der Schraube werden an einem Zeigerwerk  $z$ , die Hundertstel an der Trommel  $t$  abgelesen.

Die Schlittenführung ist auf dem einen Schenkel des aus Rotguß hergestellten Winkelstücks  $W$  (Fig. 7) durch eine Schraube  $s_1$  und einen Schraubbolzen  $b_1$  mit Mutter befestigt. Der Bolzen geht, wie es in Fig. 8 angedeutet ist, durch einen Schlitz des Winkelstücks; hierdurch sind Drehungen um die Schraube  $s_1$  möglich, und man kann den Winkel zwischen den Seitenkanten der Parallelverschiebung und denen des Winkelstücks annähernd gleich dem Keilwinkel  $\varphi$  machen. Diese Stellung wurde durch eine Befestigungsschraube ein für allemal fixiert.

Der andere Schenkel des Winkelstücks, der horizontale, ruht auf dem Träger  $T$  (Fig. 7). Dieser ist ein 25 mm breites, 8 mm dickes Flacheisen, das rechtwinklig umgebogen ist und so einen längeren und einen kürzeren Schenkel bildet (vgl. den Grundriß Fig. 10). Der längere Schenkel ist an der Wand des

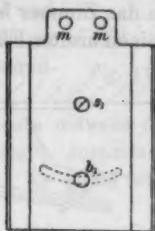


Fig. 8.

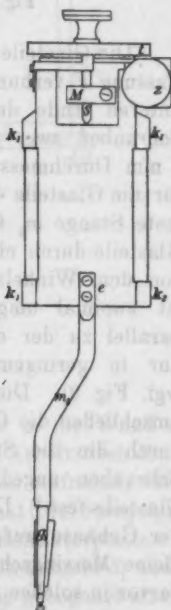


Fig. 9.

1) In Benzol beobachtete ich eine geringe Verschmutzung der Glas-  
teile. — Man wird übrigens die jetzt zusammengeklebten Teile in Zu-  
kunft wohl besser aus einem Stück herstellen lassen.

2) Ältere Konstruktion.



Zimmers mit starken Schrauben auf eingegipsten Diebeln horizontal befestigt; der kürzere, der nun normal zu der Wand in das Zimmer hereinragt, ist umgekröpft, sodaß er die eine von seinen breiten Flächen horizontal nach oben kehrt. Auf dieser horizontalen Fläche wird das

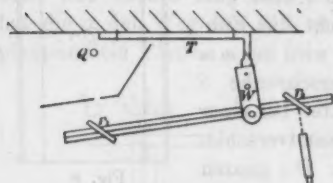


Fig. 10.

Winkelstück  $W$  befestigt, und zwar ebenfalls durch eine Schraube  $s_2$  und einen Schraubbolzen  $b_2$  mit Mutter und Schlitz (Fig. 7), sodaß auch hier noch kleine Drehungen um die Achse der Schraube  $s_2$  möglich sind.

Die Glasteile sind mit der Parallelverschiebung durch die Fassung  $F$  verbunden. Auf dem Schlitten bei  $e$  und auf dem unteren Ende des Winkelstücks bei  $f$  sind durch je zwei Schrauben zwei zylindrische Messingstangen  $m_1$  und  $m_2$  von 7 mm Durchmesser befestigt, die an ihrem unteren Ende die für die Glasteile bestimmten Gehäuse  $g_1$  und  $g_2$  tragen. Die feste Stange  $m_3$  ist entsprechend den Dimensionen der festen Glasteile durch einen Messingklotz um ein beträchtliches Stück von dem Winkelstück  $W$  abgehoben. Die bewegliche Stange ist zweimal umgebogen, sodaß ihre Achse zuletzt wieder parallel zu der einen seitlichen Kante des Schlittens  $k_1$  und nur in geringem Abstände von deren Verlängerung läuft (vgl. Fig. 9). Die Gehäuse  $g_1$  und  $g_2$  sind aus Messing und umschließen die Glasteile so, daß nur die Flächen freibleiben, durch die die Strahlen hindurchgehen müssen. Kleine mit Schrauben angedrückte Federn aus Messingblech halten die Glasteile fest.<sup>1)</sup> Diese liegen nicht unmittelbar auf den Wänden der Gehäuse auf, sondern aus diesen ragen niedrige, durch kleine Messingschraubchen gebildete warzenartige Erhöhungen hervor in solcher Anzahl und Gruppierung, daß die Orientierung der gegen sie gedrückten Glasteile eindeutig bestimmt ist. Im allgemeinen wird dies durch fünf „Warzen“ erreicht. In dem beweglichen Gehäuse des von mir benutzten Apparates sind

1) Die Aufliegeflächen des beweglichen Keiles sind aus technischen Gründen etwas anders geschliffen, als es die Fig. 1 andeutet. Die linke Fläche in der Fig. 9 ist die „schiefe“.



nur drei Warzen (an der oberen Wand); hätte ich noch zwei Warzen auf den Lappen  $l_1$  und  $l_2$  angebracht, so wäre der Zwischenraum zwischen dem beweglichen Keil und der Planplatte zu groß geworden. Die Anordnung der Warzen ist aus den Figuren 7 und 11 (Grundriß der Gehäuses) zu ersehen.

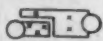


Fig. 11.

Zur Erzeugung der Interferenzstreifen diente ein aus den Bestandteilen eines Zehnderschen Apparates<sup>1)</sup> zusammengesetzter Jaminscher Interferentialrefraktor. Er stand wäh-

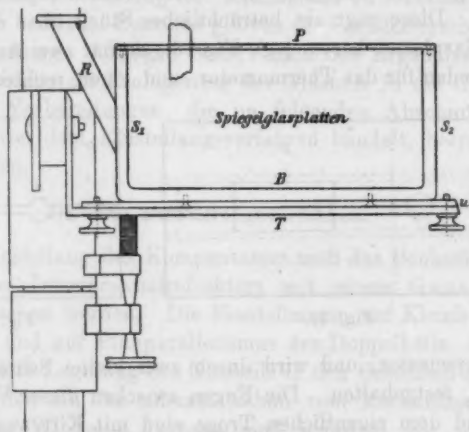


Fig. 12.

rend der Versuche frei beweglich auf einer in die Wand des Zimmers eingelassenen Marmorplatte, die als Arbeitstisch diente.

Der Trog, der die Versuchsflüssigkeiten aufnahm, ist in den Figuren 12, 13 und 14 dargestellt. Er hat zwei Spiegelglaswände, die er beim Gebrauch den beiden Refraktorplatten zukehrt (vgl. Fig. 12); die beiden anderen Seitenwände  $S_1$  und  $S_2$  und der Boden  $B$  werden durch ein U-förmig gebogenes starkes Messingblech gebildet, damit sich etwaige Temperaturunterschiede rascher ausgleichen. Auf diesem Blech sind die Spiegelglasplatten mit Wachskolophoniumkitt, der für wässrige Lösungen genügt, aufgekittet; die Kittflächen wurden vorher möglichst eben und

1) L. Zehnder, Zeitschr. f. Instrumentenk. 11. p. 275. 1891.

einander parallel abgedreht. Der Boden des Troges ist durch kurze Schrauben mit einer Unterlegeplatte  $u$  verbunden; durch diese wird die Befestigung des Troges wesentlich erleichtert.

In dem einen seitlichen Schenkel  $S_1$  des Messingblechs ist zum bequemen Einfüllen der Flüssigkeiten eine Röhre  $R$  hart eingelötet; sie ist so weit, daß man durch sie eine Pipette bis auf den Boden des Troges einführen kann; ihre obere Öffnung bildet eine horizontale, eben abgedrehte Ringfläche.

Um die freie Oberfläche zu verkleinern, überdeckt man den Trog oben zunächst mit einer Verschußplatte  $P$  aus Messing. Diese ragt ein beträchtliches Stück über die beiden Spiegelglasplatten hervor (vgl. Fig. 13), sie hat zwei Ausschnitte, einen runden für das Thermometer, und einen rechteckigen für



Fig. 13.

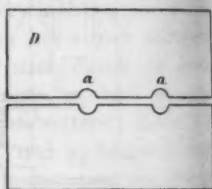


Fig. 14.

den Kompensator, und wird durch zwei kleine Schrauben auf  $S_1$  und  $S_2$  festgehalten. Die Fugen zwischen dieser Verschußplatte und dem eigentlichen Troge sind mit Kitt ausgegossen.

Der rechteckige Ausschnitt in der Verschußplatte ist so groß, daß der Kompensator — durch Emporschrauben des Troges — mit geringem Spielraum eingeführt werden kann. Zum Heben und Senken des Troges bediente ich mich eines alten Fernrohrstativs (Fig. 12), auf dem eine Hülse durch eine Schraube vertikal auf und ab bewegt werden kann. An der Hülse ist ein kleines Tischchen  $T$  angebracht und auf diesem die Unterlegeplatte des Troges festgeschraubt.

Zu dem Trog gehört außerdem noch der zweiteilige Deckel  $D$  (Fig. 14; in Fig. 13 punktiert), der das Verdunsten der Flüssigkeiten möglichst beschränken soll. Er wird auf die Verschußplatte aufgelegt, wenn der Trog durch die Schraube des Stativs so weit emporgehoben ist, daß sich der Kompensator ganz in der Flüssigkeit befindet. Wenn nun noch die

obere Öffnung der Einfüllröhre mit einer Glasplatte bedeckt wird, so ist der Trog bis auf wenige ganz schmale Fugen völlig abgeschlossen, da die kreisförmigen Ausschnitte  $aa$  den Messingstangen der Fassung genau angepaßt sind. Die sehr geringe Verdunstung, die immer noch stattfindet, kommt um so weniger in Betracht, als der Trog eine recht bedeutende Flüssigkeitsmenge faßt.

Sämtliche Messingteile sind schwarz gebrannt.

Daß die Parallelverschiebung  $V$  und das Winkelstück  $W$  sofort nach der Herstellung fest miteinander zu verbinden sind, wurde schon bemerkt. Dasselbe gilt von der Parallelverschiebung und der Fassung. Dagegen bedarf nach den Ergebnissen des ersten Abschnitts die Einlagerung der Glasteile in die Gehäuse besonderer Vorbereitungen, die im folgenden Abschnitt, der überhaupt von dem Einstellungsverfahren handelt, besprochen werden sollen.

### III. Das Einstellungsverfahren.

Zur Einstellung des Kompensators muß das Beobachtungsfernrohr des Interferentialrefraktors mit einem Gauss'schen Okular versehen werden. Die Einstellungen auf Kleinheit des Winkels  $\vartheta$  und auf Planparallelismus des Doppelkeils, die auf eine bestimmte Lagerung der Glasteile in den Gehäusen hinauslaufen, werden ein für allemal (schon vom Mechaniker) ausgeführt; der Winkel  $i$  dagegen muß jedesmal vor der Benutzung des Apparats verkleinert werden, weil diese Einstellung ja eine Fixierung des Interferentialrefraktors relativ zum Kompensator ist.

Zur Verkleinerung des Winkels  $\vartheta$  löst man die Befestigungsschrauben der Schraubenmutter  $M$  und zieht den Schlitten nach oben aus der Führung heraus (vgl. Fig. 9). Das Gehäuse des beweglichen Keils ist so weit von dem Schlitten entfernt, daß es der Herausnahme des Schlittens kein Hindernis in den Weg setzt. Dann wird der Schlitten mit der Kante  $k_1$  auf eine möglichst ebene Fläche<sup>1)</sup> aufgesetzt. Infolge der doppelten Biegung der zugehörigen

1) Als solche benutzte ich in Ermangelung einer hinreichend großen anderen die Wange einer Drehbank, die sich als eben genug erwies.



Durch Abschätzen von  $a$  und annähernde Bestimmung von  $f$  habe ich gefunden, daß man  $w$  leicht bis auf  $1/20^\circ$  verkleinern kann, während nach p. 371 nur eine Verkleinerung auf etwa  $1/2^\circ$  nötig ist.

Zur Einstellung auf Planparallelismus des Doppelkeils wird der Schlitten wieder in seine Führung eingeschoben.

Dann bringt man das Fernrohr mit dem beleuchteten Fadenkreuz wieder über den Doppelkeil und sucht, wie es Fig. 16 zeigt, erstens die von den beiden schiefen Flächen und zweitens die von den beiden äußeren Flächen reflektierten Fadenkreuzbilder zur Deckung zu bringen. Man feilt nun natürlich nur noch an den Warzen des festen Gehäuses, um die  $\vartheta$ -Einstellung nicht zu verderben. Daß man durch dieses Verfahren den Doppelkeil sozusagen zu einer planparallelen Platte machen kann, und daß dazu nicht etwa schon die eine der beiden Reflexionsbeobachtungen genügt, das bedarf wohl keines näheren Beweises.

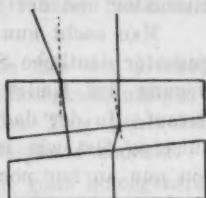


Fig. 16.

Übrigens braucht man im allgemeinen nicht mit homogenem Licht einzustellen, da etwaige farbige Ränder auf die Genauigkeit kaum von Einfluß sein können.

Die Methode des Abfeilens ist in den Grenzen der verlangten Genauigkeit durchaus zuverlässig. Die Glasteile meines Apparates, die schon sehr bald nach Beginn der vorliegenden Arbeit bestellt wurden, haben leider, wie aus ihren im vorigen Abschnitt mitgeteilten Dimensionen hervorgeht, nur sehr kleine Auflageflächen, sodaß ich z. B. bei dem beweglichen Keil ein besonderes keilförmiges kleines Blech unter die Feder legen mußte, um nur zu erreichen, daß der Keil wirklich auf seinen Warzen aufsaß. Tat er dies aber einmal, so folgten die Glasteile sehr zuverlässig den Abfeilungen der Warzen. Bei großen Auflageflächen, die ja in jeder Beziehung nur vorteilhaft sein können, werden diese Einstellungen ohne Zweifel nicht nur sicher, sondern auch bequem sein.

Auf senkrechten Einfall muß, wie schon bemerkt, beim einzelnen Versuch eingestellt werden. Um Wiederholungen zu vermeiden, bespreche ich jetzt auch schon die anderen Manipulationen, die den Versuchen voranzugehen haben.

Zuerst wird das Winkelstück auf dem Träger befestigt. Durch dazwischen gelegte Blechstreifen sucht man dabei eine ungefähr vertikale Stellung der äußeren unbedeckten Glasteilstücke zu erreichen. Die Drehbarkeit des Winkelstücks um  $s_2$  (Fig. 7) kann man dazu benutzen, für die Aufstellung der Lichtquelle  $Q$  und von Schutzschirmen zwischen dem Refraktor und der Wand Platz zu gewinnen (vgl. Fig. 10).

Man sucht nun zunächst mit zwischengeschaltetem Kompensator deutliche Streifen zu erhalten, die sich bei der Bewegung des Keiles verschieben, und richtet das Fernrohr darauf. In der dadurch gegebenen Lage wird die Fernrohrhülse so fest wie möglich angeschraubt; das Fernrohr darf von nun an nur noch in der Richtung seiner Achse verschoben werden.

Nun stellt man auf senkrechten Einfall ein. Man setzt zu diesem Zwecke auf die Schiene des Refraktors irgend eine Vorrichtung<sup>1)</sup> auf, die ungefähr in der Höhe der Refraktorplatten einen scharf markierten Punkt, etwa den Schnittpunkt eines Kreuzes, trägt. Man verschiebt diesen Hülfspunkt, bis er sich im Fernrohr mit dem Schnittpunkt des Fadenkreuzes deckt, zieht das Fernrohr aus seiner Hülse und läßt nun durch Verschieben des ganzen Refraktors auf dem Arbeitstisch und durch Verstellen der Fußschrauben des Refraktors das glänzende Bild des stark beleuchteten Auges mit dem Hülfspunkt, den man immer im Mittelpunkt der Hülse sehen muß, zusammenfallen. Steckt man nun das Fernrohr mit dem Gauss'schen Okular wieder in seine Hülse, so hat man meistens das zweimal an der Refraktorplatte  $r_2$  (Fig. 10) und einmal an den Glasteilen des Kompensators reflektirte Bild des Fadenkreuzes schon im Gesichtsfelde, und die feinere Einstellung ist leicht. Bei der Verschiebung des ganzen Refraktors muß natürlich der Kompensator in der Bahn der interferierenden Strahlenbündel bleiben, was einige Aufmerksamkeit erfordert.

Darauf wird der Trog in die Anordnung eingefügt. Er wird sorgfältig gereinigt, auf dem Tischchen des Stativs be-

1) Z. B. ein Stück Holz, unten mit einer geeigneten Aussparung für die Schiene, oben mit einem Einschnitt zum Einklemmen eines Stückes Papier.

festigt, unter den Kompensator gebracht und vorsichtig empor-  
geschraubt. Man stellt nun die vordere Spiegelglasplatte des  
Trog, ähnlich wie vorhin die Glasteile des Kompensators,  
senkrecht zu den in Betracht kommenden Strahlen. Denn  
unterließe man dies, so könnte man auch die senkrechte  
Inzidenz an den Glasteilen nicht mehr verbürgen. Das Auf-  
finden des Bildes wird hier übrigens meist ohne besondere  
Hilfsmittel gelingen.

Danach wird vorsichtig von der Seite her der Deckel  
aufgeschoben und die zu untersuchende Flüssigkeit, nötigen-  
falls nachdem man vorgespült hat, in den Trog gebracht.  
Die Einfüllröhre wird mit einer kleinen Glasplatte bedeckt.

Arbeitet man wie gewöhnlich mit nicht ganz homogenem  
Licht, so sind die Streifen nicht überall gleich scharf; an  
Stellen, die um gleiche Streifenzahlen voneinander entfernt  
sind, verschwinden sie ganz. Man wird daher vor den Ver-  
suchen durch Verstellen der Refraktorplatte  $r_1$  (Fig. 10) dafür  
sorgen, daß man, wenn das überhaupt möglich ist, die ganze  
Verschiebungslänge und zwar mit möglichst schönen Streifen  
benutzen kann.

Während der Versuche läßt man nach den Ergebnissen  
der Theorie am besten alle Einstellungen unverändert.

#### IV. Einfluß der Temperatur und Anordnung der Beobachtungen.

Bisher wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß die  
Temperatur sowohl bei jeder einzelnen Verschiebung, als auch  
bei jeder zusammengehörigen Gruppe von Eich- und Haupt-  
versuchen immer dieselbe sei. In Wirklichkeit sind diese  
beiden Voraussetzungen nur schwer zu erfüllen, und es fragt  
sich, ob sie überhaupt wesentlich sind.

Zunächst ist ohne weiteres klar, daß die Eich- und Haupt-  
versuche bei verschiedenen Temperaturen angestellt werden  
dürfen, wenn nur in dem betreffenden Temperaturintervall  $N$   
und die Ganghöhe der Schraube als konstant angesehen werden  
können. Selbstverständlich müssen in den Formeln (12)  
und (14) immer die den betreffenden Versuchstemperaturen  
entsprechenden Eichexponenten eingesetzt werden, und man



erhält dann ohne weitere Umrechnungen den Brechungsexponenten der zu untersuchenden Flüssigkeit für die Temperatur des Hauptversuchs.

Eingehender muß die Frage behandelt werden, welchen Einfluß Inkonzanz der Temperatur während der einzelnen Verschiebung hat.

Ich verallgemeinere zuerst die Gleichung (1) für den Fall, daß der Brechungsexponent des äußeren Mediums infolge von Temperaturänderungen beim Einstellen des ersten Streifens (Trommelablesung  $u_1$ ) den Wert  $n_1$ , beim Einstellen des letzten Streifens (Trommelablesung  $u_r$ ) den Wert  $n_r$  hat.  $n_1$  und  $n_r$  sollen so wenig voneinander verschieden sein, daß der Brechungsexponent durchweg als rein lineare Funktion der Temperatur angenommen werden darf. Die Änderung von  $N$  mit der Temperatur sei überhaupt zu vernachlässigen.

In Fig. 17 sind die Glasteile des Kompensators im Grundriß dargestellt. Der den Doppelkeil durchsetzende Strahl ist

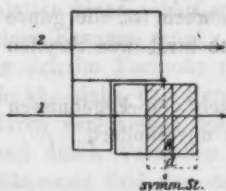


Fig. 17.

der durch die Ziffer 1, der die planparallele Platte durchsetzende durch die Ziffer 2 gekennzeichnet. Das schraffierte Feld entspricht der (stark übertriebenen) Gesamtdickenänderung des Doppelkeils  $d$  und der Schraubenverschiebung  $u_r - u_1$ . Ich verstehe nun unter der „symmetrischen Stellung“ des beweglichen Keils die Stellung, bei der der Doppelkeil und die planparallele Platte, die beide aus demselben Material bestehen, gleich dick sind, unter der „Mittelstellung“ des beweglichen Keils dagegen die Stellung, zu der die Trommelablesung  $(u_1 + u_r)/2$  gehört. Die Differenz der Dicken, die der Doppelkeil in diesen den Stellungen hat, soll mit  $\delta$  bezeichnet werden.  $\delta$  sei positiv, wenn in der Mittelstellung der Doppelkeil dicker ist als die planparallele Platte (wie in Fig. 17).

Wird nun zunächst der Doppelkeil bei der Verschiebung dicker — eine solche Verschiebung werde eine „positive“ genannt —, so ist der Gangunterschied, den die Strahlen 1 und 2 durch den Kompensator gegeneinander erhalten, vor der Verschiebung  $(n_1 - N)(d/2 - \delta)$ , nach der Verschiebung



$(N - n_r)(d/2 + \delta)$ , und die der Verschiebung entsprechende Streifenzahl ist durch

$$(16) \quad \lambda s = \left\{ N - \frac{n_1 + n_r}{2} \right\} d + \delta(n_1 - n_r)$$

gegeben. Verschiebt man dagegen bei derselben Temperaturänderung im entgegengesetzten Sinne (so, daß der Doppelkeil dünner wird, „negative Verschiebung“), so ist die zu dieser Verschiebung gehörende Streifenzahl  $s'$  als positive Zahl gleich dem folgenden Ausdruck:

$$(17) \quad \lambda s' = \left\{ N - \frac{n_1 + n_r}{2} \right\} d - \delta(n_1 - n_r).$$

Eine Verschiebung zwischen den Temperaturen  $t_1$  und  $t_2$  ist daher einer Verschiebung bei der konstanten Temperatur  $(t_1 + t_2)/2$  gleichwertig, vorausgesetzt, daß  $\delta = 0$ , d. h. der Kompensator symmetrisch gebaut ist.<sup>1)</sup>

Ist  $\delta$  stark von Null verschieden, so bringt man am besten eine „Asymmetriekorrektion“ an. Man bestimmt zu diesem Zwecke zunächst die Asymmetrie  $\delta$  durch einen Hilfsversuch. Man entfernt den Kompensator aus dem Wege der Lichtstrahlen und stellt mit weißem Licht den Refraktor so ein, daß der achromatische Streifen im Fernrohr mit dem Fadenkreuz zusammenfällt. Dann bringt man den Kompensator zwischen die Refraktorplatten und verschiebt den beweglichen Keil, bis der Schnittpunkt der Fäden wieder auf dem achromatischen Streifen liegt. Dann wirkt der Kompensator wie eine planparallele Platte, ist also in der symmetrischen Stellung. Mit Hilfe des Schraubenwertes und der Größen  $L$  und  $(n_1 + n_r)/2$  erhält man hieraus  $\delta$  mit einer für die Korrektion hinreichenden Genauigkeit in Millimetern.<sup>2)</sup>

Nach (16) ist nun also bei positiver Verschiebung  $\delta(n_1 - n_r)/\lambda$  von  $s$  abziehen. Aus praktischen Gründen aber, die später hervortreten werden, bringt man die Korrektion nicht an der Streifenzahl  $s$ , sondern an der Ver-

1) Man hätte dieses Resultat natürlich auch ohne Rechnung durch einfache Überlegung finden können.

2) Auf ähnliche Weise bestimmte Billet (vgl. die Einleitung) den Nullpunkt seiner Kompensatorskala.

schiebung  $e = d/\sin \varphi$  an. Die korrigierte Verschiebung  $|e|$  soll ja der einfacheren Gleichung genügen:

$$s = \frac{|e|}{L} \left\{ N - \frac{n_1 + n_2}{2} \right\},$$

und hieraus und aus (16) folgt:

$$(18) \quad |e| = e \cdot \left\{ 1 + \frac{\delta(n_1 - n_2)}{\lambda s} \right\}.$$

Die Korrektur ist demnach zu addieren, wenn  $\delta$  und die Verschiebung positiv sind und der Brechungsexponent der Flüssigkeit während des Versuchs abnimmt. Sie ist übrigens in den meisten Fällen verschwindend klein.

Noch um vieles geringer ist der direkte Einfluß von Temperaturschwankungen auf andere Teile des Strahlenganges. So hängt z. B. der durch den Refraktor selbst bewirkte Gangunterschied von den Brechungsexponenten der Refraktorplatten und damit von der Temperatur ab. Ferner lenkt ein schwach prismatischer Trog bei verschiedenen Temperaturen verschieden stark ab. Beide Einflüsse können aber, wie man sich leicht überzeugt, auch bei den höchsten Anforderungen an die Genauigkeit der Messungen vernachlässigt werden. Ebenso steht es mit einer Längenänderung der Mikrometerschraube.

Viel wichtiger sind die völlig unkontrollierbaren Fehler, die von Erwärmung einzelner Apparateile und von Strömungen in der Trogflüssigkeit herrühren. Man hilft sich durch Schirme und durch Abschießen des Troges. *Vollständig* ruhig stehende Streifen wird man wohl nie erreichen; da die durch das Wackeln der Streifen veranlaßten Fehler aber zufällige sind, können sie durch geeignete Anordnung und Häufung der Versuche unschädlich gemacht werden.

Über diese Anordnung der Versuche muß nun noch einiges gesagt werden. Es wäre sehr unpraktisch, nur durch *zwei* Einstellungen  $u_1$  und  $u_2$  eine gewisse Verschiebung  $e$  und durch Abzählen die dazugehörige Streifenzahl  $s$  zu bestimmen. Denn  $s$  kann ungefähr gleich 300 sein, und Irrtümer wären unvermeidlich. Man mißt daher besser nur einmal im Anfang durch direktes Abzählen die zu einer bestimmten kleinen Streifenzahl  $\sigma$  gehörende Verschiebung  $e_\sigma$  und benutzt dann die Ablesevorrichtungen der Schraube selbst zum Streifenzählen, in-

dem man immer annähernd um  $e_\sigma$  weiterschraubt und dann auf den nächsten (hellen) Streifen eindreht.  $\sigma$  ist natürlich so zu wählen, daß niemals ein Zweifel bestehen kann, auf welchen Streifen einzustellen ist.  $\sigma$  kann um so größer genommen werden, je genauer man  $q = \sigma/e_\sigma$  bereits kennt. Hat man auf diese Weise  $\nu$  Einstellungen gemacht, so sind von der ersten bis zur  $\nu^{\text{ten}}$  Einstellung  $s = (\nu - 1)\sigma$  Streifen vorbeigewandert.

Bei genauen Messungen notiert man alle Einstellungen und berechnet dann  $\sigma/q = e_\sigma$  nach der bekannten Formel<sup>1)</sup>:

$$(19) \quad e_\sigma = 6 \frac{(\nu - 1)(u_\nu - u_1) + (\nu - 3)(u_{\nu-1} - u_2) + (\nu - 5)(u_{\nu-2} - u_3) + \dots}{\nu(\nu^2 - 1)},$$

Die Asymmetriekorrektion wird auch jetzt noch durch Gleichung (18) gegeben, in der nur die Größen  $|e|$  und  $e$  durch die anderen  $|e_\sigma|$  und  $e_\sigma$  zu ersetzen sind. Denn man darf annehmen, daß der Quotient  $(n_1 - n_\nu)/s$  für alle in (19) vorkommenden Einstellungsdifferenzen denselben Wert hat, daß sich die Temperatur also von einer Einstellung zur anderen immer um gleiche Beträge ändert.

(19) und (18) sind also die Formeln für die Berechnung; sie liefern  $e_\sigma$  für die Mitteltemperatur aus allen Einstellungstemperaturen.

#### V. Messungen.

Ich habe zur Prüfung des Kompensators auf seine Genauigkeit Versuche mit destilliertem Wasser und zwei Kochsalzlösungen von verschiedener Konzentration angestellt. Die eine etwa 25prozentige Lösung, deren Brechungsexponenten ich einer Arbeit von Schütt<sup>2)</sup> entnahm, diente mir nach Gleichung (14) zur Bestimmung des Brechungsexponenten der Keile; den Brechungsexponenten der anderen, etwa 15prozentigen, suchte ich nach Gleichung (12) zu messen. Der Proportionalitätsfaktor  $L$  wurde in beiden Fällen durch Beobachtungen mit Wasser eliminiert.

Zu den Kochsalzlösungen wurde „Chlornatrium reinst geschmolzen“ aus der chemischen Fabrik von E. Merck in Darmstadt verwendet. Unter dem Gehalt  $p$  verstehe ich die

1) Über deren Zulässigkeit vgl. die Dissertation p. 47.

2) F. Schütt, Zeitschr. f. phys. Chem. 5. p. 849. 1890.

Menge Salz, die in 100 Gewichtsteilen der Lösung enthalten ist.  $p$  war

für die „15 proz.“ Lösung	15,0155
„ „ „25 proz.“ „	25,0042

Die Wägungen wurden natürlich auf den luftleeren Raum reduziert; die dritte Dezimale ist sicher richtig. Auch die Fehler des Gewichtssatzes wurden bestimmt; ihr Einfluß war aber so gering, daß man sie auch ebensogut hätte unberücksichtigt lassen können.

Der Keil wurde immer zuerst dreimal in der betreffenden Lösung und dann ebenso oft in destilliertem Wasser verschoben. Im folgenden ist eine solche Gruppe von sechs „Verschiebungen“ als ein „Versuch“ bezeichnet. Zu Beginn jedes Versuches wurde der mit destilliertem Wasser gereinigte Trog mit reinem Filtrierpapier möglichst trocken getupft, auf dem Stativ befestigt und emporgeschraubt, sodaß er die Gehäuse des Kompensators umschloß. Nach der Einstellung auf senkrechten Einfall wurde er zunächst ein- bis zweimal bis zu seinem oberen Rande mit der zu untersuchenden Lösung<sup>1)</sup> vorgespült und dann bei aufgelegtem Deckel definitiv, und zwar nun nicht ganz bis zum oberen Rande, gefüllt. Die Lösungen wurden mit einer getrockneten Pipette nach tüchtigem Schütteln unmittelbar den Flaschen entnommen, in denen sie angesetzt waren. Während nun die Flüssigkeit die Temperatur ihrer neuen Umgebung annahm, stellte ich auf scharfe Streifen ohne Parallaxe gegen das Fadenkreuz ein. Nach 10–15 Minuten konnte ich gewöhnlich mit den Verschiebungen beginnen, ohne allzu starke Inkonzanz der Temperatur befürchten zu müssen. Der Ersatz der Lösung durch Wasser nach den ersten drei Verschiebungen geschah durch die Einfüllröhre; es wurde dabei mindestens fünfmal vorgespült und darauf geachtet, daß sich dadurch an den verschiedenen Einstellungen nichts änderte.

Die Temperatur wurde mit einer Lupe an einem in  $\frac{1}{16}^{\circ}$  geteilten Thermometer abgelesen, das mit einem durchbohrten Gummistöpsel in der Verschlußplatte befestigt war. Eine Vergleichung mit einem von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geeichten Normalthermometer ergab für alle in

1) Als erste Spülflüssigkeit verwandte ich meistens die sorgfältig aufbewahrte Lösung des vorhergehenden Versuchs.

Betracht kommenden Temperaturen eine Korrektur von  $+0,13^\circ$ . Zum Konstanthalten der Temperatur im Trog und zum Schutze des Interferentialrefraktors, der, wie schon p. 384 bemerkt, in sehr unangenehmer Weise auf Bestrahlungen reagiert, wurden sowohl vor die Lichtquelle (Na-Perle im Bunsenbrenner; *Q* Fig. 10) als auch vor die Ableseglühlampe Stanniolschirme oder Tröge gestellt. Deshalb hat sich bei meinen Versuchen die Temperatur auch nur einmal während einer Verschiebung um  $0,14^\circ$  geändert; die durchschnittliche Änderung betrug  $0,04^\circ$ .

Die im vorigen Abschnitt eingeführte Streifenzahl  $\sigma$  war der achte oder der neunte Teil der Gesamtstreifenzahl  $s$  und wurde bei jeder einzelnen Flüssigkeit so gewählt, daß möglichst die ganze Schraubenlänge ausgenützt wurde. Verschieben wurde immer in derselben und zwar immer in der „positiven“ Richtung. Es sei als Beispiel eine zu einer solchen Verschiebung gehörende Reihe von Ablesungen mitgeteilt.

Tabelle 1.

15 proz., eingefüllt  $11^h 5^m$ , 1. Versuch, 3. Verschiebung,  $11^h 50^m$ .

$t$	$u$	$\Delta u$	
19,04	17,0		
19,06	631,0	614,0	$e_\sigma = 614,05$ Trommelteilen
19,06	1245,1	614,1	bei $19,08^\circ$
19,06	1859,0	613,9	$ e_\sigma  = 614,03$ Trommelteilen
19,06	2473,3	614,3	$= 1,22806$ mm
19,08	3087,4	614,1	$\sigma = 29$
19,08	3702,0	614,6	$q = 23,6145$ mm $^{-1}$
19,10	4315,0	613,0	bei $19,21^\circ$
19,12	4929,2	614,2	

In der ersten Vertikalreihe stehen die Temperaturen  $t$ , in der zweiten die Ablesungen  $u$  in Trommelteilen<sup>1)</sup> und in der dritten die Differenzen  $u_2 - u_1$ ,  $u_3 - u_2$  etc., die immer 29 Streifen entsprechen. Darauf folgt das direkt aus den Werten der zweiten Reihe berechnete  $e_\sigma$  der Gleichung (19) und das

1) Schraubenkorrekturen anzubringen erwies sich als unnötig.

zugehörige Mittel aus den Temperaturen. Darunter steht  $\epsilon_0$ , an dem die Asymmetriekorrektion von p. 384 angebracht ist.

Zur Bestimmung dieser Korrektion muß man nach (18) die Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Temperatur kennen. Für Wasser hat Walter<sup>1)</sup> eine Interpolationsformel aufgestellt; für die Kochsalzlösungen dagegen fehlt es fast völlig an genaueren Untersuchungen. Nur in einer Arbeit von van der Willigen<sup>2)</sup> habe ich einige Temperaturkoeffizienten gefunden. Da er nach einem Bericht in den „Fortschritten der Physik“<sup>3)</sup> für drei Lösungen von 21,69, 22,78 und 26,58 Proz. bei der Temperatur 25,75° denselben Koeffizienten  $17 \cdot 10^{-5}$  angibt, so nahm ich, bevor mir die Originalarbeit zugänglich war, diese Zahl für die 25 prozentige Lösung und für 26° an und interpolierte mir eine kleine Tabelle unter der Voraussetzung, daß sich der Koeffizient einer Lösung bei Temperaturänderungen um denselben Bruchteil seines Wertes ändere, um den sich bei derselben Temperaturänderung der Koeffizient des Wassers ändert. Ich erhielt z. B. für 25 Proz. und 18°  $13 \cdot 10^{-5}$ . Eine Durchsicht der Originalarbeit ergab nun aber, daß die so berechneten Werte, die ich meinen Korrekturen zu Grunde legte, wahrscheinlich zu klein sind. van der Willigen bemerkt nämlich<sup>4)</sup>, die annähernd 27 prozentige Lösung sei völlig gesättigt gewesen, es hätten manchmal sogar im Prisma noch kleine Kristalle gelegen. Da nun die Löslichkeit des Salzes mit der Temperatur wächst, so mußte mit Temperatursteigerung die Konzentration zunehmen, der Brechungsexponent konnte also nicht so stark abnehmen, als es der Temperaturerhöhung entsprach, und  $17 \cdot 10^{-5}$  kann daher nur als Temperaturkoeffizient der gesättigten Lösung bezeichnet werden. Bei einem zweiten Versuch mit derselben Lösung erhielt van der Willigen denn auch bei 16,55° den Wert  $19,0 \cdot 10^{-5}$ ; anscheinend sind ihm hierbei keine Kriställchen in das Prisma geraten. — Auch meine Versuche legen, wie nachher gezeigt werden soll, den Schluß nahe, daß der

1) B. Walter, Wied. Ann. 46. p. 423. 1892.

2) V. S. M. van der Willigen, Arch. Mus. Teyl. 2. p. 222. 1869.

3) V. S. M. van der Willigen, Fortschr. d. Physik 25. p. 287. 1869.

4) p. 229 der Originalarbeit.

Temperaturkoeffizient der Lösungen größer ist. Jedenfalls aber sind derartige Ungenauigkeiten auf die Asymmetriekorrektion ohne Einfluß, da diese nie mehr als höchstens  $\frac{1}{100}$  Trommelteile in  $e_a$  betrug.  $\delta$  war  $= -0,40$  mm, da der Keil erst in seiner 45. Umdrehung in seiner symmetrischen Stellung war.<sup>1)</sup>

In der Tab. 1 ist nun weiter  $e_a$  in Millimetern ausgedrückt (genau genommen in einer Einheit, die gleich dem fünffachen Schraubenwerte ist) und dann die Größe  $q = \sigma/e_a$ , auf die es ankommt, berechnet. An der zugehörigen Temperatur ist nun auch die vorhin mitgeteilte Korrektion ( $+0,13^\circ$ ) angebracht.

In den beiden folgenden Tabellen sind die sämtlichen so erhaltenen Größen  $q^2$ ) mit ihren Temperaturen  $t$  angeführt. Unter „Nr.“ stehen die Nummern der Verschiebungen.

Tabelle 2.

Versuche mit 25 proz. Lösung und destilliertem Wasser.

	Nr.	25 proz.		H <sub>2</sub> O	
		$q$	$t$	$q$	$t$
1. Versuch	1	20,8963	19,46°	27,5138	18,64°
	2	20,8936	19,27	27,5138	18,59
	3	20,8913	19,22	27,5144	18,61
2. Versuch	4	20,8762	18,53	27,5038	17,66
	5	20,8758	18,48	27,5022	17,72
	6	20,8741	18,43	27,5048	17,78
3. Versuch	7	20,8973	19,37	27,5301	19,94
	8	20,8938	19,24	27,5315	20,05
	9	20,8936	19,18	27,5335	20,09

1) Meine Vorschrift, die Planplatte und den zusammengeschobenen Doppelkeil gleich dick zu machen, war bei der Herstellung leider sehr wenig beachtet worden.

2) Es ist eine Stelle mehr mitgeteilt, als üblich, da es sich noch nicht um Resultate handelt.



Tabelle 3.

Versuche mit 15 proz. Lösung und destilliertem Wasser.

	Nr.	15 proz.		H <sub>2</sub> O	
		<i>q</i>	<i>t</i>	<i>q</i>	<i>t</i>
1. Versuch	1	23,6110	19,22°	27,5305	19,72°
	2	23,6129	19,16	27,5301	19,59
	3	23,6145	19,21	27,5310	19,55
2. Versuch	4	23,6026	18,99	27,5118	18,43
	5	23,6072	18,93	27,5123	18,53
	6	23,6045	18,91	27,5138	18,58
3. Versuch	7	23,5949	18,58	27,5073	17,93
	8	23,5983	18,53	27,5083	17,96
	9	23,5983	18,50	27,5073	18,04
4. Versuch	10	23,5922	18,33	27,5043	17,73
	11	23,5903	18,33	27,5058	17,73
	12	23,5907	18,31	27,5048	17,80

Aus diesem durch die Versuche gegebenen Material wurden die Brechungsexponenten des Keils und der 15 proz. Lösung berechnet. Dabei wurden immer zwei in den obigen Tabellen in einer horizontalen Reihe stehende Werte kombiniert und für den Brechungsexponenten des Wassers die Zahlen von Walter<sup>1)</sup>, für den der 25 proz. (Eich-)Lösung, wie schon erwähnt, die von Schütt verwertet. Die Schütt'schen Zahlen erforderten eine Umrechnung, da der Gehalt meiner Lösung ein etwas anderer war. Ich benutzte zu diesem Zweck eine in meiner Dissertation<sup>2)</sup> abgeleitete Interpolationsformel. Es ergab sich:  $n = 1,37791$  bei  $18,07^\circ$ , ein Wert, der wahrscheinlich um eine oder zwei Einheiten der fünften Dezimale zu klein ist.<sup>3)</sup>

Es ist nun klar, daß die Berechnung von  $N$  aus den Exponenten der von mir gewählten Eichflüssigkeiten nicht sehr genau werden kann. Man erkennt dies aus Formel (14),

1) l. c. p. 423.

2) p. 72, Tab. 12. — Die Dichte hatte ich nach einer von Schütt (l. c. p. 356) gegebenen Interpolationsformel berechnet.

3) Denn erstens ist die nach der Schütt'schen Formel interpolierte Dichte wahrscheinlich um etwa drei Einheiten der fünften Dezimale zu klein, und zweitens habe ich bei einer späteren genaueren Berechnung der Tab. 12 den Wert  $1,37792$  erhalten.



nach der  $N$  oder  $N - 1$  der Quotient zweier Differenzen ist. Man erhielte natürlich ein viel genaueres Resultat, wenn man, statt zu extrapolieren, interpolierte, d. h. wenn  $N$  zwischen den beiden Eichbrechungsexponenten läge und demnach als Quotient zweier Summen zu berechnen wäre. Mißlich ist ferner, daß man die Eichbrechungsexponenten sehr genau kennen muß. Wie man sich leicht überzeugt, wird ein Fehler im Brechungsexponenten der Kochsalzlösung in  $N$  verdreifacht, ein Fehler im Brechungsexponenten des Wassers sogar vervierfacht.

Eben durch diese Eigentümlichkeit wurde es mir möglich, festzustellen, daß der Temperaturkoeffizient der 25 proz. Lösung bei  $18^\circ$  größer als  $13 \cdot 10^{-5}$  sein muß. Mit diesem Wert zwischen  $18^\circ$  und  $19^\circ$  und mit  $14 \cdot 10^{-5}$  zwischen  $19^\circ$  und  $20^\circ$  hatte ich nämlich die Brechungsexponenten der 25 proz. Lösung berechnet. Als ich nun die erhaltenen  $N$ -Werte als Ordinaten und die zugehörigen Temperaturen der Eichlösung als Abszissen eines Koordinatensystems auftrug, wuchsen die Ordinaten mit zunehmenden Abszissen, statt konstant zu bleiben, wie es dem kleinen Temperaturkoeffizienten des Glases entspricht. Dies konnte nur daher rühren, daß sich der Brechungsexponent der Eichlösung mit der Temperatur stärker ändert, als ich angenommen hatte. In der Tat erhielt ich mit  $15 \cdot 10^{-5}$  bei  $18,5^\circ$  und mit  $16 \cdot 10^{-5}$  bei  $19,5^\circ$  die unter „ $N$  beob.“ stehenden Werte der folgenden Tab. 4, bei denen nur noch eine sehr geringe Zunahme von  $N$  mit der Temperatur der Eichlösung zu bemerken ist.

Tabelle 4.

Brechungsexponent des Keiles:

$$N = 1,518\,521 + 2,3 \cdot 10^{-5} \cdot (t - 18,07^\circ).$$

Temp.	Nr.	N		Diff.
		beob.	ber.	
18,43°	6	1,51852	1,51853	- 1
18,48	5	58	53	+ 5
18,53	4	48	53	- 5
19,18	9	59	55	+ 4
19,22	3	52	55	- 3
19,24	8	55	55	± 0
19,27	2	55	55	± 0
19,37	7	60	55	+ 5
19,46	1	50	55	- 5

Da nun jedenfalls einem Versuche, der ohne Benutzung eines Temperaturkoeffizienten direkt aus dem für  $18,07^\circ$  geltenden Werte 1,37791 berechnet wäre, die größte Wahrscheinlichkeit zukäme, so habe ich die erhaltenen Exponenten  $N$  durch eine lineare Funktion  $N = a + b(t - 18,07^\circ)$  dargestellt, wo  $t$  die zugehörige Temperatur der Eichlösung ist, und die Konstante  $a = 1,51852$  als den wahrscheinlichsten Wert des Brechungsexponenten des Keils angenommen. In der Tabelle sind die aus der linearen Gleichung berechneten Werte den beobachteten gegenübergestellt. Die größte Abweichung einer Einzelmessung ist, wie man sieht, immer noch  $10 \cdot 10^{-5}$ ; dem Werte  $N = 1,51852$  ist aber jedenfalls eine größere Genauigkeit zuzusprechen.

Bei der Bestimmung des Brechungsexponenten der 15proz. Lösung aus den Exponenten des Wassers und des Keiles nach Gleichung (12) verhält es sich mit der Genauigkeit, die von den Eichexponenten verlangt wird, gerade umgekehrt. Ein Fehler im Brechungsexponenten des Wassers wirkt im Resultat kaum mit  $\frac{9}{10}$  seines Wertes, ein Fehler in  $N$  gar nur mit  $\frac{1}{7}$ . Außerdem tritt die in  $q$  erreichte Genauigkeit im Resultat voll in Wirksamkeit.

Ich habe aus den 12 Werten der Tab. 3 die Brechungsexponenten der 15proz. Lösung berechnet. In der folgenden Tab. 5 sind sie mit den Temperaturen, für die sie gelten und die der Größe nach geordnet sind, zusammengestellt. Auch hier wurden die Resultate in einer linearen Gleichung

$$n = a + b(t - 18,07^\circ)$$

zusammengefaßt und die beobachteten und berechneten Zahlen einander gegenübergestellt. Die Konstante  $a = 1,35959$  ist der Brechungsexponent der Lösung bei  $18,07^\circ$ . Denselben Wert gibt Schütt für die Konzentration 14,9921 an; der von mir gefundene Wert ist also zu klein, was zum Teil daraus zu erklären ist, daß ich als Brechungsexponenten der 25proz. Lösung einen ebenfalls etwas zu kleinen Wert angenommen hatte. Die Konstante  $b = 15,0 \cdot 10^{-5}$  ist der mittlere Temperaturkoeffizient für die benutzten Temperaturen.

Tabelle 5.

Brechungsexponent der 15 proz. Lösung:

$$n = 1,35959 - 15,0 \cdot 10^{-5} \cdot (t - 18,07^\circ).$$

Temp.	Nr.	n		Diff.
		beob.	ber.	
18,31°	12	1,35956	1,35955	+ 1
18,33	10	54	55	- 1
18,33	11	56	55	+ 1
18,50	9	50	53	- 3
18,53	7	53	52	+ 1
18,53	8	54	52	+ 2
18,91	6	45	46	- 1
18,93	5	44	46	- 2
18,99	4	47	45	+ 2
19,16	2	42	43	- 1
19,21	3	42	42	± 0
19,22	1	43	42	+ 1

Die größte Abweichung zweier Einzelmessungen ist also hier  $5 \cdot 10^{-5}$ ; der mittlere Fehler der Einzelmessung ist  $\pm 1,7 \cdot 10^{-5}$ .

Ich habe schließlich auch den Keilwinkel  $\varphi$  nach Gleichung (1) berechnet; er ist gleich  $5^\circ 1,0'$ . Genau läßt er sich nicht bestimmen, 1. weil  $\zeta$  nicht gleich  $90^\circ$  ist, 2. weil man die Ganghöhe der Schraube und 3. weil man den Winkel zwischen der Verschiebungsrichtung und der Schraubenachse nicht kennt.

Meine Messungen führen also zu dem Resultat: *Der Keilkompensator von Arago kommt selbst in der von mir beschriebenen unvollkommenen, sozusagen improvisierten Ausführung, bei der die Gesamtverschiebung nur 1 cm beträgt, was seine Genauigkeit betrifft, den besten der gebräuchlichen Apparate nahe.*

Man vergleiche z. B. die oft zitierten Messungen von Schütt mit den meinigen. Schütt ist mit der ausgesprochenen Absicht an seine Arbeit herantreten, „die Genauigkeit der Beobachtungen so weit zu treiben, als es mit den gegenwärtigen Hilfsmitteln überhaupt möglich ist“. Er hat die Methode des Minimums der Ablenkung benutzt. Bei der Messung des Prismenwinkels betrug die größte Abweichung einer Einzel-

messung vom Mittelwert  $\pm 4 \cdot \sqrt{11} \cdot 10^{-6} = 1,3 \cdot 10^{-5}$ , bei der Messung des Ablenkungswinkels  $\pm 6 \cdot \sqrt{9} \cdot 10^{-6} = 1,5 \cdot 10^{-5}$ . Die größte mögliche Abweichung im Brechungsexponent war also  $\pm 2,8 \cdot 10^{-5}$ .<sup>1)</sup> Bei meinen Versuchen dagegen betrug die größte Abweichung der Einzelmessung  $\pm 2,5 \cdot 10^{-5}$ , also ungefähr ebensoviel.

Es kann nun freilich der Einwand erhoben werden, daß meine Einzelmessungen bereits aus 8—10 Einstellungen hergeleitet sind, also nicht mit denen von Schütt verglichen werden dürfen. Der Einwand ist berechtigt, es muß jedoch bemerkt werden, daß in der Formel (19) nicht alle Ablesungen mit demselben Gewicht auf das Resultat einwirken; ein aus acht oder neun Einstellungen gewonnenes  $e_s$  kommt z. B. nur etwa zwei Einzelmessungen  $(u, -u_1)/s$  gleich. Außerdem war ja nur *nahezu dieselbe* Genauigkeit beansprucht. Darüber aber kann kein Zweifel bestehen, dass *für die Genauigkeit, bis zu der man mit einem in jeder Beziehung vollendet ausgeführten Kompensator von z. B. 3 cm Gesamtverschiebung vordringen kann, nur die Genauigkeit, mit der man die Brechungsexponenten der Eichflüssigkeiten kennt, maßgebend sein wird.* Nennenswert mehr als die Genauigkeit der Eichflüssigkeiten kann man allerdings, so geeignet man diese auch wählen mag, nie erreichen.

Mit der Verlängerung der Gesamtverschiebung sind zwei Übelstände verknüpft. Der eine ist der, daß dann schon das Na-Licht nicht mehr homogen genug ist. Sobald die Streifenzahl 300 übersteigt, werden die Einstellungen unsicher. Vielleicht könnte man durch ähnliche Mittel, wie sie in neuester Zeit mit besonderem Erfolg von Lummer<sup>2)</sup> angewendet worden sind, die Maxima der Streifen so verschärfen, daß diese „Schwebungen“ für die Beobachtung kein Hindernis mehr wären.

1) Davon, daß auch durch ungenaue Bestimmung der Temperatur Fehler auftreten konnten, sehe ich ab.

2) A. Perot u. Ch. Fabry, *Ann. de chim. et phys.* (7) 12. p. 459. 1897 und 16. p. 289. 1899; O. Lummer, *Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin* p. 504. 1900; *Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch.* 3. p. 85 u. 181. 1901; *Arch. Néerl.* (2) 6. p. 773. 1901; O. Lummer u. E. Gehreke, *Ann. d. Phys.* 10. p. 457. 1903.

Der andere Übelstand ist der, daß bei der längeren Verschiebung sehr viele Umdrehungen nötig werden. Der Gedanke liegt nahe, diese Unbequemlichkeit dadurch zu umgehen, daß man die Verschiebung nicht durch eine Mikrometerschraube mißt, sondern an einer sehr feinen Skala mit einem Mikroskop abliest. Man könnte dann durch irgend einen gröberen Bewegungsmechanismus rasch die ganze Verschiebung, vielleicht mit wenigen Zwischenstationen, durchlaufen und hätte dann nur zu der genaueren Einstellung eine feinere Schraube nötig. Die Auswechslung der beiden Bewegungsmechanismen würde wohl keine besonderen technischen Schwierigkeiten machen. Der Kompensator käme dann auch an Bequemlichkeit dem Spektrometer mit seinem umständlichen Einstellungsverfahren mindestens gleich. Die Verschiebung würde jetzt direkt am Verschobenen gemessen werden; an die Stelle der Schraubenkorrekturen würden die Korrekturen der Skala und des Okularmikrometers treten.

Besonders geeignet ist der Kompenstor vermutlich für absorbierende Substanzen. Man könnte bei ihnen eine kleine kapillar angesaugte Flüssigkeitsmenge zwischen den horizontal gestellten beweglichen Keil und eine in geringem Abstand darüber befestigte Planplatte bringen. Die Genauigkeit, die bei einer gewissen Schichtdicke  $d$  erreicht werden kann, ergibt sich direkt aus (1) als

$$\Delta n = \frac{\lambda}{d} \cdot \Delta s,$$

wo  $\lambda$  wie immer die Wellenlänge und  $\Delta s$  die Genauigkeit der Streifenablesung ist. Setzt man  $\Delta s = 1/10$ ,  $d = 0,1$  mm, so ist für Na-Licht  $\Delta n = 6 \cdot 10^{-4}$ . Beobachtet man dagegen mit einem Prisma bis zu einer 0,1 mm dicken Schicht, die 1 mm von der Spitze entfernt sei, so ist der Prismenwinkel etwa  $5,7^\circ$ , und man muß auf  $12''$  ablesen, um dieselbe Genauigkeit zu erhalten, was bei der Verwaschenheit der Spektrallinien in der Nähe der Absorptionsbanden schwer zu erreichen sein dürfte.

Grundsätzliche Vorzüge sind dabei vor allem zwei: erstens hat man nirgends schmale Lichtbündel, Beugungserscheinungen können also nicht auftreten<sup>1)</sup>; und zweitens hat man sicher

1) Vgl. A. Kundt, Pogg. Ann. 145. p. 165. 1872.

überall dieselbe Konzentration, während bei der Prismenmethode hierüber Zweifel möglich sind.

Dieselbe Versuchsanordnung wie für absorbierende Substanzen dürfte sich auch für besonders wertvolle empfehlen, da bei ihr nur sehr wenig Flüssigkeit nötig ist.

Den Jaminschen Kompensator ersetzt der Keilkompensator vollständig. Er hat den Vorteil, daß seine Verschiebung der Streifenzahl durchaus proportional, also einfacher und sicherer zu eichen ist.

München, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 14. März 1903.)

## 8. Über die Strahlungen des radioaktiven Bleis; von A. Korn und E. Strauss.

1. Kurze Zeit nach der Auffindung des radioaktiven Bleis<sup>1)</sup> haben wir einige ziemlich schwach aktive Radiobleipräparate dem Einfluß von Kathodenstrahlen ausgesetzt und bereits bei den ersten Versuchen eine deutliche Verstärkung der photographischen Wirkung dieser Präparate gefunden.<sup>2)</sup>

Diese Tatsache hat auch vom rein physikalischen Standpunkte aus Bedeutung, da sie einen neuen Zusammenhang zwischen den Kathodenstrahlen und den unter dem Kollektivbegriff „Becquerelstrahlen“ zusammengefaßten Strahlungen erkennen läßt.<sup>3)</sup> Bei keiner anderen radioaktiven Substanz, *nur bei Radiobleipräparaten*, haben wir bisher einen solchen Einfluß der Kathodenstrahlen nachweisen können; vorher nicht aktive Bleipräparate, wie gewöhnliches Bleisulfat oder Bleisulfid, haben auch nach sehr langer Einwirkung intensiver Kathodenstrahlen nicht die geringste Spur von Radioaktivität gezeigt. Daß man es bei der Verstärkung mit einer tatsächlichen Vergrößerung der Radioaktivität, nicht mit einem schwachen (für das Auge nicht mehr erkennbaren) Nachleuchten zu tun hat, ergibt sich daraus, daß die Verstärkung ebenso deutlich bleibt, wenn man zwischen Substanz und photographische Platte eine für gewöhnliches Licht undurchlässige Schicht, z. B. schwarzes Papier oder eine dünne Aluminiumplatte bringt. Ein Abklingen der so bewirkten Verstärkungen konnte auch nach Monaten nicht wahrgenommen werden. Es empfiehlt sich für

1) K. A. Hofmann u. E. Strauss, Chem. Ber. 33. p. 3126. 1900; 34. p. 8, 907, 3093. 1901; vgl. auch K. A. Hofmann u. V. Wölfl, Chem. Ber. 35. p. 1453. 1902.

2) K. A. Hofmann, A. Korn u. E. Strauss, Chem. Ber. 34. p. 407. 1901.

3) Gewisse Analoga zu dieser Erscheinung bieten die Aktivierungsversuche von McLennan (Phil. Mag. 14. p. 197. 1902), welche sich auf vorher inaktive Substanzen beziehen.



diese Versuche nicht, von Präparaten auszugehen, die von vornherein eine sehr beträchtliche Aktivität zeigen; wir haben bei einzelnen Substanzen, deren Gewinnung wir weiter unten angeben werden, Verstärkungen erzielt, die man auf den ersten Blick als eine Verdoppelung der ursprünglichen Wirkung bezeichnen kann.

Mit der Verstärkung der photographischen Wirkung geht im allgemeinen nicht auch eine Verstärkung der Elektrizitätszerstreuenden Wirkung parallel; nur unter besonderen Umständen, von denen noch später die Rede sein wird, gingen die Verstärkungen beider Wirkungen Hand in Hand.

2. Die Röhre, in welcher wir die zu untersuchenden Substanzen den Kathodenstrahlen aussetzten, hatte zwei Aluminiumelektroden; der einen derselben (einem kreisförmigen Plättchen von 1 cm Durchmesser) steht die zu untersuchende Substanz in einem Glasnäpfchen, ca. 8 cm von der Elektrode entfernt, gegenüber; ein Schliff gestattet das Näpfchen mit der Substanz in bequemer Weise in die Röhre einzuführen, bez. aus ihr zu entfernen. Wir gingen in der Evakuierung der Röhre nicht sehr weit; die Drucke bewegten sich im allgemeinen zwischen 0,2 und 0,5 mm; um bei diesen relativ hohen Drucken intensive Kathodenstrahlen zu erzielen, bedient man sich der folgenden, für diese und ähnliche Versuche außerordentlich zweckmäßigen Methode: man verbindet beide Elektroden der Röhre mit dem negativen Pole einer Influenzmaschine oder eines Induktoriums, während man an den anderen Pol eine größere Kapazität, z. B. die äußere oder innere Belegung einer Leydener Flasche, anlegt. Wenn nun Funken zwischen den beiden Polen übergehen, so entstehen in den Leitungen von dem negativen Pole zu den beiden Elektroden der Röhre Hertz'sche Schwingungen, und es sendet — bei einiger Unsymmetrie<sup>1)</sup> der beiden Zuleitungen — die Elektrode mit *kürzerer* Zuleitung intensive Kathodenstrahlen aus; diese Elektrode mit *kürzerer* Zuleitung ist bei uns diejenige, welcher die Substanz in dem Glasnäpfchen gegenübersteht. Wir bedienten uns zur Erzeugung der Schwin-

1) In unserer Anordnung bestand die eine Zuleitung aus 2 m, die andere aus 10 m Kupferdraht von 1 mm Durchmesser, letztere über Kaphöhe von einer Wand des Zimmers zur anderen gespannt.



gungen fast ausschließlich der Funken einer großen Toepler-schen Influenzmaschine.<sup>1)</sup>

Von der zu untersuchenden Substanz wurden zwei nahezu gleiche Mengen (ca.  $\frac{1}{2}$  g) abgesondert, die eine 10—15 Min. in der soeben beschriebenen Anordnung von Kathodenstrahlen bestrahlt und darauf die photographische Wirkung beider Mengen verglichen, indem man dieselben — unter Ausschluß anderer Belichtungsquellen — entweder direkt auf die Glasseite je einer photographischen Platte legte, oder auf die Schichtseite unter Einschaltung von schwarzem Papier oder Aluminiumblech zwischen Substanz und Platte. Nach 12—15 stündiger Exposition wurden die Platten entwickelt und fixiert. Es wurde sorgfältig darauf geachtet, daß hierbei alle Bedingungen für beide Platten die gleichen waren; im besonderen wurden die Platten gleichzeitig in das Entwicklerbad gebracht und gleichzeitig aus demselben entfernt.

Die verstärkte Wirkung zeigt sich auf der einen Platte schon dadurch, daß beim Entwickeln der photographische Eindruck früher erscheint, als auf der anderen; auf den fertigen Platten ist die Verstärkung subjektiv meist auf den ersten Blick zu erkennen; objektiv gelingt der Nachweis mit Hilfe einer Selenzelle: man läßt das Licht einer möglichst konstanten starken Lichtquelle (am besten Kalklicht) durch eine Wasserkammer und ein Linsensystem auf eine kleine Öffnung (etwa 1 qcm) eines undurchsichtigen Schirmes fallen, bringt hinter die Öffnung einen Flächenteil der zu prüfenden Platte, der einen möglichst gleichmäßigen photographischen Eindruck zeigt, und fängt das durchgehende Licht mit einer empfindlichen Selenzelle auf. Schließt man den Strom, z. B. einer Akkumulatorenbatterie, durch die Selenzelle und schaltet in die Leitung ein empfindliches Galvanometer ein, so zeigt dasselbe, der stärkeren Platte entsprechend, einen kleineren Ausschlag.

Zur Untersuchung der Elektrizitätszerstreuenden Wirkung benutzten wir ein Elster-Geitelsches Elektroskop, wie es von der Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig ge-

1) Man kann natürlich auch Kathodenstrahlen, wie sie bei sehr tiefen Drucken auftreten, verwenden; doch gestattet die geschilderte Anordnung ein rascheres Arbeiten.

liefert wird. Das Elektroskop wurde — positiv oder negativ — zu einer bestimmten Spannung (135 Volt) geladen und die Entladungszeit bis zu einer bestimmten kleineren Spannung (105 Volt) gemessen. An Stelle des gewöhnlich gebrauchten Zerstreuungskörpers wurde ein mit einem niedrigen Rande versehenes Metalltellerchen zur Aufnahme der zu untersuchenden Substanz angebracht. Leer, d. h. ohne Substanz, entlad das Elektroskop von 135—105 Volt in einer Zeit, die in jedem Falle 4 Min. überstieg; sehr starke Radiobleipräparate entluden bereits in wenigen Sekunden. Die möglichen Fehler bei den Messungen schätzen wir:

bei einer Entladungszeit bis zu 1 Min. auf 1—3 Sek.

"	"	"	von 1—2	"	"	3—5	"
"	"	"	"	2—3	"	"	5—8
"	"	"	"	3—4	"	"	8—15

3. Um eine gewisse Ordnung in die zahlreichen, von uns in den letzten 2 Jahren ausgeführten Versuche zur Feststellung der photographischen und Elektrizität zerstreuenen Wirkung der Radiobleipräparate zu bringen, haben wir uns die folgenden provisorischen Vorstellungen zurechtgelegt, die uns bei unseren Untersuchungen geleitet haben, und in Bezug auf die wir uns wohl bewußt sind, daß sie vielleicht schon in der allernächsten Zeit erhebliche Modifikationen erfahren können.

Wir unterscheiden *zwei* von den radioaktiven Substanzen ausgehende Wirkungen, und zwar:

I. die Lösung einer feinen, materiellen *Substanz* in der umgebenden Luft;

II. eine, wie gewöhnliches Licht, aus elektrischen Schwingungen bestehende, von den radioaktiven Präparaten ausgehende *Strahlung*, von der besonderen Art, daß statische Elektrizität von der Strahlung mitgeführt wird, d. h. eine nicht rein transversale, möglicherweise eine rein longitudinale Strahlung.

Die Lösung der Substanz in der umgebenden Luft geht, so nehmen wir an, ganz nach den Vorstellungen der modernen Theorie der Lösungen und der Elektrolyse vor sich; die Luft erhält durch diese Auflösung der Substanz eine erhebliche Leitungsfähigkeit; ein Hauptteil der Elektrizitäts-zerstreuenen Wirkung ist diesem Vorgang zuzuschreiben. *Diese Wirkung*

hat keine Durchdringungsfähigkeit, sie wird durch starke magnetische Fehler nicht oder sehr wenig abgelenkt, die Kathodenstrahlen verstärken sie nicht.

Der Strahlung ist ein wesentlicher Teil der photographischen Wirkung zuzuschreiben; sie ist sehr durchdringend, wird in einem starken magnetischen Feld wie ein Stromfaden abgelenkt und ist durch Kathodenstrahlen verstärkbar. Diese Strahlen haben auch eine Elektrizitätszerstreuende Wirkung, indem sie scheinbar die Eigenschaft besitzen, die in der Luft wahrscheinlich bereits vorhandene aktive Substanz zu dissoziieren (Ionisierung der Luft). Jedenfalls ist diese Elektrizitätszerstreuende Wirkung relativ schwach.

4. Nach diesen Sätzen lassen sich die am Radioblei beobachteten Erscheinungen einigermaßen ordnen.

Die Verstärkung der Strahlen ergibt sich deutlich aus der verstärkten photographischen Wirkung der bestrahlten Substanzen. Wenn nun die Kathodenstrahlen die Wirkung der ersten Art nicht vergrößern, so kann die Verstärkung der Elektrizitätszerstreuenden Wirkung durch die Kathodenstrahlen im allgemeinen nicht sehr groß, ja nur dann überhaupt wahrnehmbar sein, wenn die Wirkung der ersten Art vorher geschwächt worden ist. Eine solche Schwächung kann man nun tatsächlich erreichen, wenn man die Radiobleipräparate gewissen chemischen Umarbeitungen unterwirft, nämlich solchen, bei denen die Substanz in eine wasserlösliche Form übergeführt und aus stark verdünnter Lösung wieder gewonnen wird. Wir gingen von einem Radiobleisulfat aus. Dasselbe wurde auf dem Wasserbade mit etwas Kalilauge digeriert und durch Hinzufügen von überschüssigem Schwefelammon in das Sulfid übergeführt; dieses wurde mit Salzsäure zersetzt, das erhaltene Chlorid in viel heißem Wasser gelöst und das Filtrat einige Tage stehen gelassen. Fällt man sodann das Blei als Sulfid mit Schwefelwasserstoff aus, so erhält man nach dem Trocknen (Auswaschen mit Alkohol und Äther, Erwärmen im Trockenschrank auf 110°) ein Präparat, dessen durchdringende photographische Wirkung keinerlei Schwächung gegen früher aufweist, während die Elektrizitätszerstreuende Wirkung ganz beträchtlich abgenommen hat. Zum Belege hierfür mögen die folgenden Zahlen dienen:

	Substanz I	II <sup>1)</sup>
Ursprüngliche Entladungsdauer:	48"	18"
Entladungsdauer nach der Umarbeitung:	2' 53"	2' 5"

Weder bei der einen, noch bei der anderen Substanz zeigte sich, wie wir nochmals betonen, eine wahrnehmbare Schwächung der bei diesen Präparaten übrigens nicht sehr starken photographischen Wirksamkeit gegenüber der beträchtlichen Abnahme der Elektrizität-zerstreuenden Wirkung. Setzte man nun diese geschwächten Präparate Kathodenstrahlen aus, so konnte man jetzt *außer der verstärkten photographischen Wirkung* auch eine *deutliche*, wenn auch nicht sehr große *Vermehrung der Elektrizität-zerstreuenden Wirkung* nachweisen. Bei Substanz I sank die Entladungszeit von 2' 53" auf 2' 40" und bei Substanz II von 2' 5" auf 1' 45". Diese Ergebnisse bestätigen die Angaben, welche von K. A. Hofmann bereits gemacht worden sind.<sup>2)</sup> Die geschilderten Versuche können offenbar nicht anders gedeutet werden, als daß durch die Kathodenstrahlen nur die Strahlung verstärkt wird. Die Verstärkung der geringen Elektrizitätszerstreuung ist nur deshalb nachweisbar geworden, weil vorher die Wirkung der ersten Art durch die Umarbeitung außerordentlich geschwächt worden war.

5. Bei Gelegenheit der Schwächungsversuche durch chemische Umarbeitung wollen wir eine merkwürdige Beobachtung nicht unerwähnt lassen, welche wir noch weiter zu verfolgen gedenken. Führt man die oben geschilderte Umarbeitung des Radiobleisulfats nur in ihrem ersten Teil aus, d. h. Digerieren mit Kalilauge und Umsetzung mit Schwefelammon, und trocknet nun das so gewonnene Sulfid mit Alkohol, Äther und durch Erwärmen auf 110°, so zeigt sich dieses in Bezug auf seine Elektrizität-zerstreuende Wirkung gegenüber dem Ausgangsmaterial *erheblich verstärkt*:

	Substanz I	entlud in 20" gegenüber 48"
	Substanz II	" " 9" " 18"
Eine weitere Substanz	" " 28"	" 40"

Auch hierbei blieb die photographische Wirkung unverändert.

1) Wir bezeichnen mit I und II zwei Radiobleipräparate, vor der Umarbeitung als Sulfate, nach der Umarbeitung als Sulfide gemessen.

2) K. A. Hofmann, Chem. Ber. 35. p. 1455. 1902.

6. Zum Nachweise der *Ablenkbarkeit der Strahlung* von Radiobleipräparaten brachten wir eine kleine ( $4 \times 4$  cm) photographische Platte zwischen die Pole eines kräftigen Elektromagneten und streuten eine ca. 3 mm breite Schicht eines stark aktiven Sulfids in gerader Verbindung der beiden Pole auf die mit schwarzem Papier bedeckte Platte. Durch die Ablenkung der Strahlen wurde die eine Hälfte der Platte verschleiert, während die andere hell blieb. In der Nähe der beiden Pole ist der photographische Eindruck des nicht abgelenkten Bildes im Verhältnis zu dem Eindruck in der Mitte der Schicht außerordentlich schwach.

7. Wir lassen zum Schluß eine genaue Darstellung zweier Präparate folgen, welche sich für die Versuche, die Strahlung durch Kathodenstrahlen zu verstärken, am geeignetsten erwiesen haben.

A. *Uranpecherz von Joachimsthal* wurde mit Salpetersäure aufgeschlossen, die Lösung eingedampft, mit Wasser verdünnt und mit Schwefelwasserstoff gefällt. Der in Schwefelsäure unlösliche Teil des Niederschlages wurde sodann mit Schwefelammon umgesetzt, das gewonnene Sulfid in das Chlorid verwandelt und dessen wässerige Lösung mit Kochsalz versetzt: das Filtrat von dem hierbei entstehenden Chlorbleiniederschlag wurde mit Schwefelwasserstoff gefällt, der Niederschlag ausgewaschen, mit Schwefelammon digeriert, mit Schwefelsäure und Salpetersäure abgeraucht und das so gewonnene Bleisulfat mit verdünnter Schwefelsäure ausgewaschen. Dieses Bleisulfat wurde in Kalilauge gelöst, mit Hydrazinsulfat erwärmt<sup>1)</sup>, die in Lösung bleibende geschwächte, also viel gewöhnliches Blei enthaltende Substanz mit Schwefelammon gefällt, der Rückstand ausgewaschen, dann mit Salzsäure und Schwefelsäure zersetzt, abgeraucht und schließlich mit verdünnter Schwefelsäure ausgewaschen, wobei nichts in Lösung ging; die Substanz war also wismutfrei. Das *Bleisulfat* war nach dem Erhitzen mit Schwefelsäure und Salpetersäure auf  $400^\circ$  weiß.

1) Hierdurch wird eine absichtliche Schwächung der Aktivität herbeigeführt, weil ein Teil der stark aktiven Substanz bei diesem Verfahren herausfällt.

B. *Uranpecherzrückstände* wurden in Salpetersäure gelöst, die Lösung zur Trockne verdampft und mit 2—3 Proz. Schwefelsäure bis zum Rauchen erhitzt; dann wurde der Rückstand mit Wasser aufgenommen, mit Schwefelalkali umgesetzt, das Sulfid mit Salzsäure zersetzt und die Lösung des so gewonnenen Chlorids eingedampft. Der auskristallisierende Teil wurde nach der Überführung in das Sulfat mit Schwefelsäure ausgewaschen, mit Schwefelalkali in das Sulfid verwandelt, dieses wieder mit Salzsäure zersetzt, das Chlorid in Wasser gelöst und endlich aus dieser sicher wismutfreien Lösung mit Schwefelwasserstoff das *Bleisulfid* ausgefällt.

Wir sind Hrn. Prof. Dr. Karl A. Hofmann für die freundliche Überlassung der zu den hier beschriebenen Versuchen dienenden Radiobleipräparate zu bestem Danke verpflichtet.

München, Februar 1903.

(Eingegangen 12. Februar 1903.)

**9. Über die Druckkräfte der Schallwellen  
und die absolute Messung der Schallintensität;  
von W. Altberg.**

Dvořák hat in seinen bekannten akustischen Experimentaluntersuchungen <sup>1)</sup> den Nachweis geführt, daß im Knoten einer stehenden Schallwelle ein konstanter Überdruck herrscht, und daß eine Schallwelle, welche sich in einem Rohre fortpflanzt und durch eine Querwand reflektiert wird, auf die reflektierende Wand einen Druck ausübt. In seiner Arbeit führt Dvořák (l. c. p. 58) die Überlegung von Mach an, welche das Auftreten der Druckkräfte von Schallwellen mechanisch begründet.

In neuester Zeit hat Lord Rayleigh <sup>2)</sup> das Auftreten von Druckkräften bei verschiedenen Formen oszillatorischer Bewegungen eingehend behandelt. Für eine ebene Schallwelle, welche auf eine ebene, vollkommen reflektierende Wand auffällt ist, nach Lord Rayleigh (l. c. p. 342) die Größe des auftretenden Druckes  $p$  bestimmt, wenn die pro Sekunde auftretende Energiemenge  $E$  und die Schallgeschwindigkeit  $V$  gegeben sind; es ist

$$p = \frac{2 E}{V}$$

eine Beziehung, welche sich mit der von Maxwell und Bartoli für Druckkräfte des Lichtes gefundenen deckt.

Auf Veranlassung des Hrn. Prof. P. Lebedew habe ich es unternommen eine Vorrichtung auszuarbeiten, welche gestattet die Druckkräfte, welche frei sich ausbreitende Schallwellen auf eine reflektierende Wand ausüben, zu messen und bieraus die Intensität der auffallenden Schallwellen im absoluten Maße zu bestimmen.

1) V. Dvořák, Pogg. Ann. 157. p. 42. 1876.

2) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (6) 3. p. 338. 1902.



Es sind bisher zwei Methoden für die absolute Messung der Schallintensität vorgeschlagen worden: die refraktometrische von Boltzmann, welche von Toepler und Boltzmann<sup>1)</sup> ausgeführt und von Raps<sup>2)</sup> weiter ausgearbeitet wurde, und die manometrische von M. Wien<sup>3)</sup>; beide Methoden führen auf absolute Messungen der Amplituden zurück und sind ohne weiteres nur auf harmonische Schwingungen anwendbar, während die Methode der Druckmessungen auf beliebige Komplexe von Schallschwingungen anwendbar ist.

### I. Die Apparate und die Versuchsanordnung.

1. Der Druckmesser hatte die folgende Einrichtung: die die Schallwellen reflektierende Zinkwand  $WW$  (Fig. 1) hatte eine kreisförmige, mit einem Stutzen  $TT$  versehene Öffnung, in welche nach Belieben die Ringe  $R_1$  bis  $R_6$  fest eingesetzt

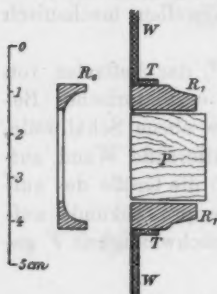


Fig. 1.

werden konnten. Die kreisförmige Öffnung des Ringes wurde durch einen aus Palmholz gedrehten Stempel  $P$  (Durchmesser 21 mm, Länge 16,5 mm), der an einer Drehwage angehängt war, unter Freilassung eines ringförmigen Schlitzes verschlossen; die auf den Stempel ausgeübten Druckkräfte wurden durch die Ablenkungen der Drehwage gemessen.

Die freie Beweglichkeit des Stempels wurde nicht beeinträchtigt, wenn die Schlitzweite nicht unter 0,5 mm und seine Länge nicht über 15 mm genommen wurden. Um den Einfluß dieses Schlitzes auf die absolute Größe der zu messenden Druckkräfte zu untersuchen, wurden Beobachtungen mit verschiedenen Schlitzbreiten bez. Schlitzlängen gemacht, was sich durch Auswechselung der Ringe  $R_1$ ,  $R_2$  etc. leicht bewerkstelligen ließ; die angewandten sechs Ringe hatten die folgenden Dimensionen:

- 1) M. Toepler u. L. Boltzmann, Pogg. Ann. 141. p. 321. 1870.
- 2) A. Raps, Wied. Ann. 50. p. 193. 1893.
- 3) M. Wien, Wied. Ann. 36. p. 834. 1889.



	Länge	Innerer Durchmesser	Schlitzbreite
I	15 mm	22 mm	0,5 mm
II	15	23	1,0
III	15	25	2,0
IV	10	22	0,5
V	5	22	0,5
VI	1	22	0,5

Der Wagebalken der Drehwage (Fig. 2) bestand aus einem Messingrahmen  $RR$ , welcher von einem Stahldraht  $T$  (Länge 30 cm, Durchmesser 0,23 mm) getragen wurde; an dem oberen Teile des Rahmens waren der Druckstempel  $P$  und ein entsprechendes Gegengewicht  $Q$  befestigt; bei dieser Anordnung konnte der Abstand  $L$  des Mittelpunktes von  $P$  von der Torsionsachse  $T$  in bequemer Weise gemessen werden.

Im Innern des Rahmens war eine Schaufel  $D$  befestigt, welche in ein mit *Glyzerin* gefülltes Gefäß  $G$  tauchte und die Schwingungen des Wagebalkens genügend dämpfte<sup>1)</sup>; der Torsionsdraht  $T$  und das Glyzeringefäß  $G$  waren an demselben Stativ befestigt. Um die Vertikalstellung des Rahmens zu sichern, war dieser durch einen vertikalen Messingstab  $V$ , an welchem sich der Spiegel  $S$  befand, belastet.

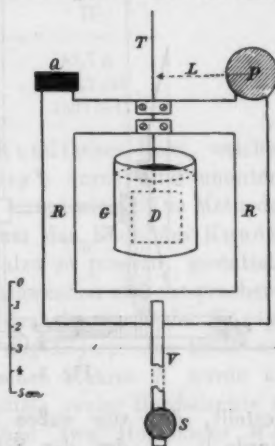


Fig. 2.

Die reflektierende Wand bestand aus Zinkblech (Dicke 1,3 mm) und hatte eine konkave Form, da die auffallenden Wellen keine ebenen waren und von einer Schallquelle (dem Ende eines Kundtschen Rohres) ausgingen, welche sich in 50 cm Entfernung von dieser Wand befand; die Zinkwand

1) Bei der Anordnung der dämpfenden Schaufel  $D$  im Innern des Rahmens  $RR$  fallen die seitlichen Schwingungen fort, welche entstehen, wenn die Schaufel am unteren Ende des Stabes  $V$  sich befindet; vgl. P. Lebedew, Wied. Ann. 62. p. 163. 1897.

(Fig. 3) bestand aus einem ebenen mittleren Teile (Durchmesser 10 cm), in welchem sich die Öffnung für den Druckstempel  $P$  befand, und einem konischen Ansätze, welcher eine eingeschriebene Kugeloberfläche vom Halbmesser 50 cm berührte; der äußere Durchmesser des Ansatzes ( $D = 30$  cm) war größer als die doppelte Wellenlänge der auffallenden Schallbewegung. Die reflektierende Wand hatte ein von der Torsionswage unabhängiges Gestell, welches mit Stellschrauben

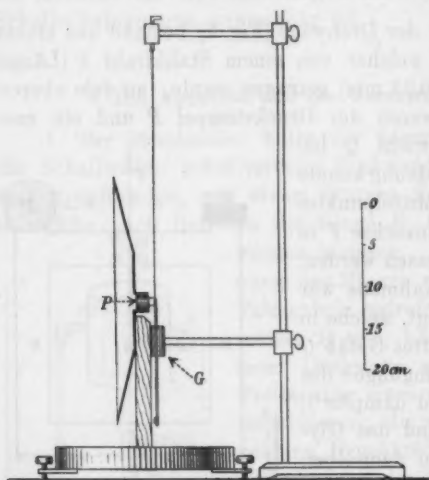


Fig. 3.

versehen war; die Wand konnte deshalb leicht so eingestellt werden, daß der Druckstempel sich frei in dem Ringe bewegte, der kreisförmige Schlitz überall dieselbe Breite hatte und die Vorderfläche des Stempels in der Ebene der Wand lag.

Um störende Wirkungen von Luftströmungen zu vermeiden, wurde der ganze Druckapparat in einem Zylinder aus Drahtgaze auf-

gestellt, der von außen mit einer Watteschicht bekleidet wurde.<sup>1)</sup> In der der Schallquelle zugekehrten Seite hatte der Drahtzylinder eine kreisförmige Öffnung ( $D = 30$  cm), welche mit dünnem Musselin überspannt war; diese bietet den Schallwellen keinen merklichen Widerstand, hält aber die Luftströmungen in genügender Weise ab. Durch zwei kleine Glasfenster konnte die Spiegelablesung gemacht werden.

Die absolute Größe der Richtkraft des Torsionsdrahtes wurde in üblicher Weise aus Schwingungsbeobachtungen bestimmt; hierbei wurde sowohl die Zinkwand als auch das

1) Vgl. P. Lebedew, l. c. p. 163.


dämpfende Glyzeringefäß entfernt. Bei diesen Messungen wurden auf den oberen Rand des Rahmens der Drehwaage Messingstäbe gelegt, welche in der Mitte mit Einschnitten  für den Torsionsdraht versehen waren (Fig. 4). Aus

Fig. 4.

der Masse  $m$  und der Länge  $l$  wurde das Trägheitsmoment  $k$  dieser Stäbe berechnet<sup>1)</sup> aus der bekannten Beziehung:

$$k = \frac{m l^2}{12}.$$

Für die beiden angewandten Messingzylinder ergaben die Messungen:

	I	II
$m$	33,9 g	51,7 g
$l$	12,3 cm	18,7 cm
$k$	427 G.C. <sup>2)</sup>	1507 G.C. <sup>2)</sup>

2. Als Schallquelle diente ein Kundtsches Rohr, welches nach dem Vorgange von R. König<sup>2)</sup> durch eine ununterbrochen rotierende Reibvorrichtung erregt wird. Die Methode, welcher sich R. König bediente, um das Ende des Kundtschen Rohres an die erregende Walze zu pressen, gestattete es nicht größere pressende Kräfte anzuwenden und entsprechend intensive Erregungen zu erhalten; deshalb wurde der Königsche Apparat in folgender Weise abgeändert: das Ende des horizontal eingeklemmten Kundtschen Rohres  $K$  wurde an die rotierende Walze  $R$  (Fig. 5) mittels zweier Hanfschnüre  $H$  gepreßt, welche ihrerseits zwischen zwei Holzblöcke  $MM$  gespannt waren; diese Vorrichtung gestattete es das Ende des Glasrohres mit einer Kraft von 50 kg anzupressen, ohne seine Schwingungen in der Längsrichtung des Rohres zu beeinträchtigen. Die Belastung konnte in folgender Weise nach Belieben geändert werden: das Brett mit den Holzklötzen  $MM$  war durch ein Gelenk  $A$  mit dem Gestell verbunden und trug an dem anderen Ende eine Stütze  $B$ , auf welcher der Hebel  $F$  lag; vom Beobachtungsplatze aus konnte durch die Laufsnur

1) Vgl. F. Kohlrausch, Praktische Physik § 29. 1901.

2) R. König, Wied. Ann. 12. p. 350. 1881.

SS das eine Hebelende gehoben werden, wodurch das Federdynamometer  $D$  gespannt wurde und einen entsprechenden Druck auf  $B$  ausübte; die federnde Kraft des Dynamometers dämpft die Stöße, welche das Rohrende durch unvermeidliche

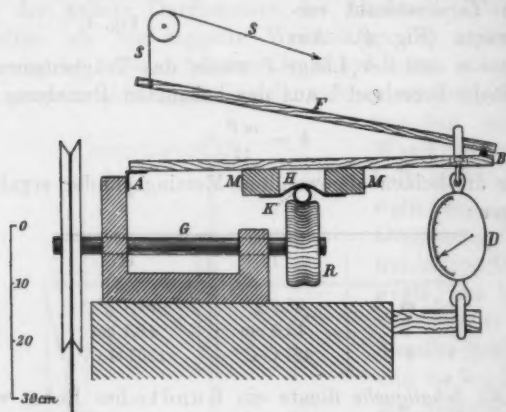


Fig. 5.

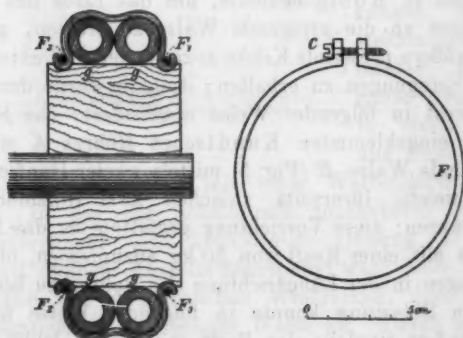


Fig. 6.

Unebenheiten des Reibzeuges  $R$  erleidet. Das Gestell der Achse  $Q$  ist auf einem Steinpfeiler montiert und die Achse  $Q$  wird durch einen  $0,4 = \text{HP}$  Drehstrommotor <sup>1)</sup> angetrieben.

1) Ein  $0,2 = \text{HP}$  Drehstrommotor erwies sich als zu schwach.

Durch passende Wahl der Riemenscheiben konnte die Zahl der Umdrehungen von 1 bis 9 pro Sek. gemacht werden, was einer Peripheriegeschwindigkeit des Reibzeuges von 0,4—3,4 m pro Sek. entsprach.

Das Reibzeug bestand aus einer Scheibe von Palmenholz (Durchmesser 10 cm, Breite 6 cm); über zwei Gummiringe *G G* (Fig. 6) wurden mehrere Lagen Tuch gelegt, welche durch die Messingringe  $F_1 F_1$  und  $F_2 F_2$  befestigt wurden; auf das Tuch wurde dann ein Streifen aus rohem, chinesischem Seidengewebe genäht<sup>1)</sup>; während des Betriebes war das Reibzeug ununterbrochen mit einer wässrigen Alkohollösung<sup>2)</sup> (20—25 Proz.) benetzt, indem die Lösung aus dem Gefäße *P* durch ein gabelförmiges Glasrohr zugeführt wurde.

Das eine Ende des Kundtsches Rohres *K* wurde zu einer Kugel ( $d = 5$  cm) ausgeblasen, da aufgekittete Kork-

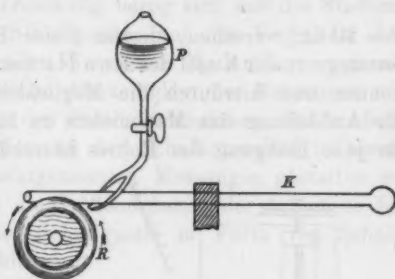


Fig. 7.

scheiben auf die Dauer die starken Schwingungen nicht aushalten konnten; das andere Ende war glatt geschliffen. Die Länge des Rohres war 76 cm, sein äußerer Durchmesser 2,5 cm.

Die Wellenlänge wurde in üblicher Weise durch Staubfiguren bestimmt und ergab sich  $\lambda = 10$  cm.

3. *M. Wiens Manometer*<sup>3)</sup> wurde als Indikator verwendet, um in bequemer Weise die Stärke der Erregung des Kundtschen Rohres zu überwachen bez. einzelne Beobachtungen auf eine bestimmte Erregung reduzieren zu können. Als Manometerkapsel wurde die Kapsel eines Phonographen verwendet

1) Um das Tuch und die Seide von Fett zu befreien, wurden sie sorgfältig mit Äthyläther ausgelaut; der Seidenüberzug hat sich als wesentlich dauerhafter erwiesen wie Tuch, Flanell oder Leder.

2) Vgl. P. Lebedew, l. c. p. 162. Anmerkung.

3) M. Wien, l. c. p. 836.

(Fig. 8); ein passend gebogener Papierstreifen trug einen sehr kleinen ebenen Spiegel  $S$  und wurde mit seinen Enden an einen unbeweglichen Querleisten  $m$  und an die Glasmembran gekittet. Die Kapsel war mit einem Stück Kautschukrohr  $B$

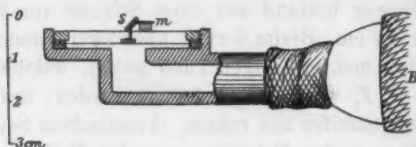


Fig. 8.

( $l = 20$  cm) versehen, dessen freies Ende in beliebiger Entfernung von der Kugel des Kundtsches Rohres befestigt werden konnte und hierdurch die Möglichkeit gegeben wurde, ohne die Aufstellung des Manometers zu ändern, seine Ausschläge für jede Erregung des Rohres hinreichend groß zu machen.

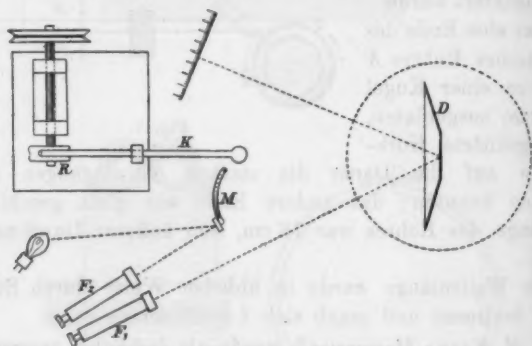


Fig. 9.

An Stelle eines beleuchteten Spaltes wurde der Faden einer Glühlampe genommen<sup>1)</sup> und die Verbreiterung seines Bildes mit dem Okularmikrometer des Beobachtungsfernrohres gemessen.

4. Die Aufstellung der Apparate wurde so gewählt (Fig. 9, Grundriß), daß der Beobachter von seinem Platze aus durch

1) Vgl. P. Leiberg, Journ. d. russ. phys. chem. Ges. 28. p. 93. 1896.

zwei Fernrohre  $F_1$  und  $F_2$  abwechselnd die Stellung des Druckapparates  $D$  und die des Wienschen Manometers  $M$  beobachten, sowie die Belastung des Schallapparates beliebig einstellen und am Dynamometer ablesen konnte.

Die Intensität der erregten Schallschwingungen war bei diesen Versuchen so groß, daß man dieselbe auf die Dauer nur ertragen kann, wenn man sich die Ohren mit passend ausgeblasenen Glaskugeln verstopft.

## II. Die Versuche.

Die angestellte Untersuchung bezog sich auf das Studium der Eigenschaften der Schallquelle, auf das Verhältnis der Angaben des kontrollierenden Wienschen Manometers zu denen des Druckapparates, auf die Abhängigkeit der Messungen mit dem Druckapparate von den Schlitzdimensionen, und schließlich auf die absolute Messung der Schallintensität in einem speziellen Falle; die letztgenannten Messungen gestatten es, für den gegebenen Fall die Größenordnung der Arbeit zu berechnen, welche von der Schallquelle in Form von Schallschwingungen ausgestrahlt wird.

### A. Die Eigenschaften der Schallquelle.

Das durch einen Motor erregte Kundtsche Rohr besitzt als Schallquelle folgende Vorzüge: Die Wellenlänge der Schwingung ist klein, die Erregung ist konstant, sie kann ununterbrochen beliebig lange dauern und die Schallintensität kann durch passende Wahl der Belastung in weiten Grenzen verändert werden.

Um die Abhängigkeit der Schallintensität sowohl von der Rotationsgeschwindigkeit des erregenden Reibzeuges als auch von der Belastung des Rohres zu untersuchen, wurden die Versuche in folgender Weise gemacht: Bei einer bestimmten konstanten Rotationsgeschwindigkeit wurde die Belastung des Rohres von 0 kg beginnend stufenweise vergrößert und die zugehörigen Ablenkungen des Druckapparates notiert.

Es ergab sich, daß für Belastungen, welche unter einem gewissen Minimalbetrage liegen, überhaupt keine Erregung des Kundtschen Rohres zu erhalten ist, daß bei einer gewissen Belastung die Erregung einsetzt und die Schallintensität rasch

mit der Belastung wächst; bei sehr großen Belastungen wird die Erregung unregelmäßig, weil dann der Seidenüberzug des Reibzeuges zu leiden beginnt.

Mit der Vergrößerung der Rotationsgeschwindigkeit des Reibzeuges steigert sich die Schallintensität bei gleichbleibender Belastung; bei Vergrößerung der Rotationsgeschwindigkeiten steigen sowohl die Minimalwerte als auch die Maximalwerte der Belastung, bei welchen das Rohr noch erregt wird.

Für die folgenden linearen Geschwindigkeiten  $V$  (Meter pro Sekunde) des Reibzeuges ergaben sich die Minimal- bez. Maximalbelastungen (in Kilogramm):

Versuchsreihe	I	II	III	IV
Geschwindigkeit $V$ (Meter pro Sekunde)	1,1	1,9	2,7	3,4
Minimale Belastung (Kilogramm) . . .	2	6	16	25
Maximale Belastung (Kilogramm) . . .	20	25	30	40

In Fig. 10 sind die Resultate der Versuchsreihen I—IV dargestellt; als Abszissen sind die Belastungen (in Kilogramm), als Ordinaten die zugehörigen Ablenkungen des Druckapparates (in Skalenteilen) aufgetragen.

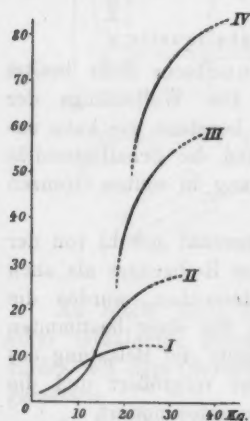


Fig. 10.

Die Intensität der Erregung des Rohres, sowie auch die Größen seiner Minimal- bez. Maximalbelastung hängen von der Benetzung des Reibzeuges und von der Konzentration der wässerigen Alkohollösung ab; mit wachsendem Alkoholgehalt nimmt die Erregung zu.

Die erzielte Schallintensität war sehr groß; die Ablenkungen des Druckapparates konnten bis ca. 80 Skt. gesteigert werden, während bei der stärksten Erregung mit der Hand (in der üblichen Weise) diese Ablenkung nur 1,5 Skt. erreichte, die Schallintensität war demnach bei mechanischer Erregung ca. fünfzigmal größer.



## B. Das Wiensche Manometer.

Um bei den weiter folgenden Untersuchungen über den Einfluß der Schlitzweite auf die Angaben des Druckapparates die einzelnen Beobachtungen mit Hülfe des Wienschen Manometers auf eine bestimmte Schallintensität zu reduzieren, war es erforderlich, das Verhältnis der Angaben des Wienschen Manometers zu denen des Druckapparates für ein größeres Intervall zu untersuchen.

Tab. I stellt die gleichzeitigen Beobachtungen der beiden Apparate für verschiedene Belastungen (von 18 bis 2 kg) des Schallrohres dar; das Verhältnis der Ablenkungen  $p$  des Druckapparates zum *Quadrate* der Manometerausschläge  $a$  soll, laut Voraussetzung, konstant sein. Um dieses Verhältnis übersichtlicher darzustellen, ist es durch eine passend gewählte Zahl (0,0047) dividiert.

Tabelle I.

$p$ Druckapparat	$a$ Manometer	$a^2$	$\frac{p}{a^2}$	$\frac{1}{0,0047} \frac{p}{a^2}$
40	88	7744	0,0052	1,09
34	81	7056	48	1,02
30	81	6561	46	0,97
28	79	6241	45	0,95
25	72	5184	48	1,02
23	69	4761	48	1,02
22	67	4489	49	1,04
20	65	4225	47	1,00
18	53	2809	46	0,98
12	49	2401	50	1,06
11	48	2304	48	1,01
10	46	2116	47	1,00
8	40	1600	50	1,06
6	34	1156	52	1,10
5	34	1156	48	0,91
2	20	400	50	1,06
1,5	17	289	52	1,10

Aus der Tab. I ist ersichtlich, daß das Verhältnis  $p:a^2$  innerhalb weiter Grenzen als konstant anzusehen ist; insbesondere gilt das für die Reduktionen, welche innerhalb kleiner

Intensitätsschwankungen, wie solche bei konstanter Belastung auftreten können, gemacht werden.

Die verhältnismäßig großen Schwankungen der aufeinander folgenden Werte der Tab. I erklären sich dadurch, daß das Reibzeug immer kleine exzentrische Ausbauchungen besitzt, weshalb die Schallintensität während einer Umdrehung der Achse etwas variiert; diese Variationen spiegeln sich in den Angaben des Manometers wider, indem die Ränder des verbreiteten Glühfadenbildes unscharf begrenzt erscheinen und hierdurch die Ablesungen unsicher werden. Die Größe dieser Variationen hängt ihrerseits in verwickelter Weise von der Belastung ab.

### C. Die Wirkung der Schlitzweite.

Der Einfluß der Schlitzweite wurde untersucht, indem die Ringe  $R_1$  bis  $R_6$  (vgl. Fig. 1) in die Öffnung der reflektierenden Wand eingesetzt wurden und die entsprechenden Ablenkungen des Druckapparates abgelesen. Tab. II gibt ein Beobachtungsprotokoll wieder, in welchem die Ablenkungen  $p$  (in Skalenteilen) des Druckapparates auf einen konstanten Ausschlag  $a$ , des Wienschen Manometers ( $a_0 = 67$  Teilstriche des Okularmikrometers) reduziert sind; die zufälligen Abweichungen vom Mittelwerte sind unter  $\delta$  angeführt. Vor jeder Beobachtung wurde die Schallerregung durch Entlasten des Schallrohres unterbrochen und die Nulllage des Druckapparates notiert; diese Nulllage schwankte innerhalb eines Skalenteiles.

Tabelle II.

$a$ beob.	$p$ ber.	$p_0$ ber. ( $a_0 = 67$ )	$\delta$
69	44	41,5	0,8
66	40	41,2	0,5
66	38	39,3	1,4
65	38	40,4	0,3
67	44	44,0	3,3
63	34	38,5	1,8
68	41	39,8	0,9

Mittelwert =  $40,7 \pm 1,3$

Bei sämtlichen Beobachtungen dienten die Messungen mit dem Ringe  $R_1$  als Vergleichsmessung; die erste Serie (Tab. III) umfaßt den Einfluß der Schlitzweite (bei konstanter Länge), die zweite Serie (Tab. IV) die der Schlitzlänge (bei konstanter Weite). Im folgenden sind je zwei unabhängige Beobachtungsreihen angeführt und die Resultate auf die Messungen mit  $R_1$  reduziert.

Tabelle III.

Schlitzlänge = 15 mm.

Ring	Schlitzweite mm	I. Reihe		II. Reihe	
		$p_1$ Skt.	reduz.	$p_2$ Skt.	reduz.
$R_1$	0,5	$31,1 \pm 1,6$	1,00	$40,4 \pm 1,8$	1,00
$R_2$	1,0	$28,9 \pm 1,8$	0,93	$36,9 \pm 1,2$	0,91
$R_3$	2,0	$26,5 \pm 0,9$	0,85	$35,9 \pm 1,1$	0,89

Tabelle IV.

Schlitzweite = 0,5 mm.

Ring	Schlitzlänge mm	I. Reihe		II. Reihe	
		$p_1$ Skt.	reduz.	$p_2$ Skt.	reduz.
$R_1$	15	$40,7 \pm 1,3$	1,00	$37,7 \pm 1,1$	1,00
$R_2$	10	$36,1 \pm 0,9$	0,89	$29,6 \pm 1,0$	0,91
$R_3$	5	$29,9 \pm 1,9$	0,74	$24,0 \pm 1,1$	0,73
$R_4$	1	$16,1 \pm 0,7$	0,40	$11,6 \pm 1,9$	0,35

Die angeführten Zahlen berechtigen zu der Annahme, daß für die kleinste Schlitzweite von 0,5 mm und die größte Schlitzlänge von 15 mm (Ring  $R_1$ ) die Angaben des Druckapparates nur wenig (wohl unter 10 Proz.) durch die Anwesenheit des Schlitzes verringert werden.

#### D. Absolute Messungen der Schallintensität.

Die absolute Messung des Druckes der Schallwellen mit dem Druckapparat setzt sich zusammen aus den Messungen:

- a) der Direktionskraft des Aufhängefadens in absolutem Maße;
- b) des Hebelarmes der Torsionswaage in Zentimeter;
- c) der Fläche des Stempels in Quadratcentimeter;
- d) des beobachteten Ablenkungswinkels.

a) Die Messung der Direktionskraft  $D$  geschah in bekannter Weise durch Bestimmung der Dauer  $t$  einer einfachen Schwingung und durch die des Trägheitsmomentes  $K$  des Systems:

$$D = \pi^2 \frac{K}{t^2}.$$

Bezeichnen wir durch  $t$  die Dauer einer einfachen Schwingung, wenn der Rahmen  $R$  (Fig. 2), dessen Trägheitsmoment  $X$  ist, allein schwingt, und durch  $t_1$  seine Schwingungsdauer, wenn er mit einem Zylinder (Fig. 4) von bekanntem Trägheitsmoment  $K_1$  belastet ist, so ist

$$\frac{t^2}{t_1^2} = \frac{X}{X + K_1}.$$

Hieraus folgt

$$D = \pi^2 \frac{K_1}{t_1^2 - t^2}.$$

Während der Messung der Schwingungsdauer wurde sowohl der Dämpfer mit Glyzerin ( $G$ , Fig. 2) als auch die reflektierende Wand  $W$  (Fig. 3) entfernt; es wurden je zehn Doppelschwingungen beobachtet und hieraus konnte die Periode leicht auf 0,1 Sek. genau ermittelt werden. Als Körper, deren Trägheitsmomente bekannt sind, dienten zwei Messingstäbe (Fig. 4), deren Momente  $K_1 = 427 \text{ g cm}^2$  bez.  $K_2 = 1507 \text{ g cm}^2$  waren. Die Beobachtungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

	$t$	$D$
Rahmen $R$ (Fig. 2) allein . . .	4,1 Sek.	—
Rahmen $R + K_1$ (427 g cm <sup>2</sup> ) . .	5,2	412
Rahmen $R + K_2$ (1507 g cm <sup>2</sup> ) . .	7,25	416

Als Mittelwert bekommen wir für die Größe der Direktionskraft  $D$  des Torsionsdrahtes, d. h. des Drehmomentes, welches den Draht um den Einheitswinkel (57,3°) tordiert

$$D = 414 \text{ Dynes. cm.}$$

Die Messungen ergaben weiter

b) Die Entfernung  $L$  des Mittelpunktes des Stempels von der Torsionsachse (Hebelarm der Torsionswaage)  $L = 5,0 \text{ cm.}$

c) Den Durchmesser  $d$  des Stempels  $d = 2,1 \text{ cm.}$ ; hieraus berechnet sich sein Querschnitt  $\sigma = 3,5 \text{ qcm.}$

d) Der Skalenabstand  $R$  betrug  $R = 2485$  Skt.; in der Entfernung von 50 cm von dem Ende des Kundtschen Rohres riefen die Druckkräfte des Schalles bei intensiver Schallerregung eine Ablenkung von  $n = 50$  Skt. hervor.

Hieraus berechnet sich die Größe der Druckkräfte  $p$  der Schallwellen in Dynes pro 1 qcm.

$$p = \frac{D}{2R} \cdot \frac{n}{L \cdot \sigma} = 0,24 \left( \frac{\text{Dynes}}{\text{qcm}} \right).$$

Auf Millimeter Quecksilber umgerechnet, ergibt sich  $p = 0,00018$  mm Hg, oder in Atmosphären ausgedrückt  $p = 0,2$  Milliontel Atmosphäre.

Aus dem gemessenen Werte des Druckes  $p$  berechnet sich nach Lord Rayleigh die auf 1 cm<sup>2</sup> der reflektierenden Wand pro Sekunde auffallende Energiemenge  $E$ , wenn die Schallgeschwindigkeit (bei 17° C.)  $v = 34\,200$  cm gegeben ist. Es ist

$$E = \frac{1}{2} p V = 4100 \left( \frac{\text{Ergs}}{\text{cm}^2 \text{ sec}} \right) = 5,6 \cdot 10^{-7} \left( \frac{\text{PS}}{\text{cm}^2} \right).$$

Auf Grund dieser Zahlen läßt sich eine Schätzung anstellen über den Betrag der gesamten Energiemenge, welche von dem tönenden Kundtschen Rohr in Form von Schallwellen ausgestrahlt wird. Da es bei dieser Schätzung nur auf die Größenordnung ankommt, können wir die vereinfachende Voraussetzung machen, daß sich die Schallwellen nach allen Richtungen von der Schallquelle mit gleicher Intensität ausbreiten, d. h. daß durch jeden Quadratcentimeter der Kugeloberfläche, welche mit dem Halbmesser  $R = 50$  cm um das Ende des Kundtschen Rohres beschrieben ist, die Energiemenge  $E = 5,6 \cdot 10^{-7}$  PS wandert. Dann berechnet sich die gesamte ausgestrahlte Energiemenge  $A$  von der Größenordnung

$$A = 0,02 \text{ PS.}$$

Bei dieser geringen ausgestrahlten Energiemenge ist die Schallintensität betäubend groß; die Schallquelle gestattet aber durch Vergrößerung der Rotationsgeschwindigkeit und der Belastung die Intensität noch erheblich zu steigern.

Die Resultate dieser Untersuchung lassen sich in folgender Weise zusammenfassen:

Sich frei ausbreitende Schallwellen üben auf reflektierende Wände Druckkräfte aus, welche den Maxwell-Bartolischen Druckkräften des Lichtes vollkommen analog sind; durch Messung dieser Druckkräfte der Schallwellen läßt sich die Schallintensität, wie es Lord Rayleigh angegeben hat, in absolutem Maße bestimmen.

Zum Schlusse sei es mir gestattet Hrn. Prof. P. Lebedew für die Anregung zu dieser Untersuchung, Hrn. Privatdozent N. Kasterin für die wertvolle Unterstützung, und Hrn. Prof. A. Sokolow für die mir zur Verfügung gestellten Hilfsmittel meinen Dank auszusprechen.

Moskau, Physik. Laborat. d. Univ., im August 1902.

(Eingegangen 5. März 1903.)

10. *Über die magnetischen Wirkungen bewegter Körper im elektrostatischen Felde; von A. Eichenwald.*

(Fortsetzung von p. 1.)

II. *Bewegte Dielektrika.*

25. Die bewegten Dielektrika habe ich ganz analog den bewegten Leitern untersucht, denn es besteht bekanntlich auch in den Erscheinungen selbst eine gewisse Analogie. Befindet sich ein Leiter oder ein Dielektrikum in einem elektrostatischen Felde, so wird in dem ersteren eine „wahre“ Ladung induziert, in dem letztgenannten eine „fingierte“. Alle diese Ladungen haften an der Materie und werden bei der Bewegung der Körper auch mit bewegt; es entsteht also im ersten Falle eine „wahre“, im zweiten eine „fingierte“ elektrische Konvektion, deren magnetische Wirkungen zu untersuchen sind.

Auch bei den Dielektrika wollen wir zwei wesentlich verschiedene Fälle unterscheiden: Erstens solche, wo die dielektrische Polarisierung in einem beliebigen Punkte des Dielektrikums auch während der Bewegung unverändert bleibt (reine Konvektion vgl. § 2) und zweitens solche, wo die Polarisierung in dem bewegten Dielektrikum sich mit der Zeit ändert. Beide Fälle habe ich experimentell untersucht, aber die größte Zahl der Versuche bezieht sich auf den ersten Fall.

26. Zunächst ist die Frage zu beantworten, ob die Dielektrika, wenn sie sich in einem konstanten elektrostatischen Felde bewegen, überhaupt irgend eine magnetische Wirkung ausüben können. Auf diese Frage geben die Versuche von Röntgen<sup>1)</sup> eine positive Antwort. Röntgen ließ eine horizontale Glas- oder Ebonitscheibe zwischen zwei geladenen Metallscheiben um eine vertikale Achse rotieren und beobachtete die Ablenkungen einer über der oberen Metallscheibe aufgehängten Magnetnadel, indem die Ladung kommutiert wurde. Der Sinn der so erhaltenen Ablenkungen war übereinstimmend mit der Annahme, daß ein im elektrostatischen Felde

1) W. C. Röntgen, Wied. Ann. 35. p. 264. 1888; 40. p. 98. 1890.



bewegtes Dielektrikum in Bezug auf magnetische Wirkungen zwei Stromlamellen äquivalent ist, welche entgegengesetzt sind und zwar so, daß der im Sinne der Rotation gedachte Strom an der Oberfläche des Dielektrikums zu fingieren ist, welche der negativ geladenen Belegung am nächsten steht. Mit anderen Worten: Die fingierten Ströme fallen mit den bewegten fingierten Ladungen zusammen. Was aber die Größe der Ablenkungen anbetrifft, so erhielt Röntgen bei einer Potentialdifferenz zwischen den Belegungen von etwa 10000 Volts und 100 Umdrehungen in der Sekunde einen doppelten Ausschlag der Nadel beim Kommutieren von 2—3 mm bei 229 cm Skalenabstand. Wenn auch diese Wirkung sicher zu beobachten war, so war sie dennoch nicht sicher genug, um quantitative Messungen vornehmen zu können. Die Versuche von Röntgen sind meines Wissens noch von keinem wiederholt worden, obgleich ihre Bedeutung für die weitere Ausbildung der elektromagnetischen Theorie für bewegte Körper auf der Hand liegt. Nur in der ganz letzten Zeit, nämlich in einer soeben erschienenen Arbeit bestätigt H. Pender<sup>1)</sup> indirekt das Resultat von Röntgen, indem er zeigt, daß, wenn eine Hartgummischeibe in einem elektrischen Wechselfelde rotiert, in einem benachbarten Leiter Induktionsströme erzeugt werden. Diese Wechselströme werden bei H. Pender durch einen synchronen Kommutator gleichgerichtet und in einem empfindlichen Galvanometer beobachtet. Bei einer Potentialdifferenz von 7470 Volts und 57,8 Umdrehungen der Scheibe in der Sekunde erhielt H. Pender einen doppelten Ausschlag im Galvanometer von 4,5 mm. H. Pender hat diesen Ausschlag auch berechnet in der Annahme, daß die fingierten Ladungen an den beiden Seiten der Hartgummischeibe zwei entgegengesetzte Konvektionsströme bei der Rotation der Scheibe bilden, welche gleichzeitig mit dem elektrischen Felde ihre Richtung wechseln; der so berechnete Ausschlag ist 4,85 mm. Die Übereinstimmung mit dem beobachteten Ausschlage ist also eine gute, obgleich bei der Rechnung ein homogenes Feld vorausgesetzt ist, welche Bedingung bei dem Versuche (Scheibe ohne Schutzring) nicht erfüllt war. Wir können dennoch aus dieser Über-

1) H. Pender, Phil. Mag. (6) 5. p. 43. 1903.



einstimmung der beobachteten mit den berechneten Induktionswirkungen schließen, daß eine bewegte *fingierte* Ladung auch ein magnetisches Feld erzeugt, wie eine *wahre* elektrische Konvektion.

27. Bei meinen eigenen Untersuchungen habe ich ausschließlich statische elektrische Felder erzeugt und statische magnetische Felder mit dem Magnetometer direkt beobachtet. Zu den Versuchen diente derselbe Apparat wie früher (§ 3), nur sind die Anordnungen so getroffen, daß möglichst *homogene* elektrostatische Felder erzeugt werden.

Die hier beobachteten Wirkungen stellen meistens eine Differenz von den Wirkungen zweier Konvektionsströme vor; die Ablenkungen sind also notwendigerweise klein. Um solche kleine Ablenkungen sicher messen zu können, habe ich alle Maßregeln getroffen, um die möglichste Ruhe der Magnetonadel auch während der Rotation der Scheibe zu erzielen. Die Beobachtungen selbst habe ich nur nach Mitternacht ausführen können, wenn die Maschinen der hiesigen Zentrale ihre Arbeit beenden. Der Strom für den Dreiphasenmotor, welcher den Rotationsapparat in Bewegung setzte, wurde von einem Umformer geliefert, welcher seinerseits mit einem Akkumulatorenstrom gespeist wurde.

Um die Wirkungen der Konvektionsströme mit denen der galvanischen Ströme zu vergleichen, wurden zwei dünne, mit Stanniol beklebte Mikanitscheiben benutzt, welche dieselben Dimensionen wie die rotierenden Scheiben hatten und welche immer an die Stellen angebracht wurden, wo die Konvektionsströme während der Rotation, also an der Oberfläche der rotierenden Scheiben, zu erwarten waren. Die Belegung dieser Hülfscheiben war durch feine Risse in einzelne Ringe (Fig. 8) von untereinander gleichem Flächeninhalte eingeteilt; diese Ringe entsprechen also gleichen Kapazitäten, gleichen Elektrizitätsmengen und gleichen Konvektionsströmen. Alle Ringe sind hintereinander geschaltet und werden von einem und demselben Strome  $i$  durchflossen. Ist  $C$  die Kapazität eines Ringes,  $V$  die Potentialdifferenz im Kondensator,  $n$  die Umdrehungszahl,  $a$  der doppelte Ausschlag



Fig. 8.

beim Kommutieren der Ladung während der Rotation, und  $b$  der doppelte Ausschlag beim Kommutieren des Stromes  $i$ , so ist

$$\frac{CVn}{a} = \frac{i}{b}.$$

Die Beobachtungen wurden in folgender Reihenfolge gemacht. Zunächst wurde die Scheibe  $Z$  an die Flächen, wo die Konvektionsströme zu erwarten waren, mit ein wenig Wachs sorgfältig angeklebt; sodann wurde der ganze Apparat zusammengestellt und die Wirkungen der Ströme  $b$  (es waren ja meistens zwei Ströme) mit den Wirkungen eines Hilfsstromes  $c$  verglichen. Nachdem dieses mehrmals geschehen ist, werden die Scheiben  $Z$  vorsichtig herausgenommen, ohne etwas an dem Rotationsapparate und an dem Magnetometer zu ändern. Beim Herausnehmen wurden natürlich die Stannierringe (durch die Achse) zerrissen und mußten für jeden Versuch neu gemacht werden. Endlich wurde der Kondensator geladen, die Scheibe in Rotation versetzt und die Ausschläge  $a$  beim Kommutieren der Ladung mit den Ausschlägen  $c$  beim Kommutieren des Hilfsstromes verglichen.

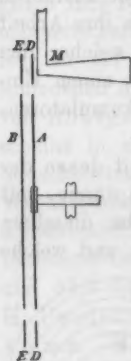


Fig. 9.

Da wir hier homogene Felder benutzen, so fällt der in § 5 erwähnte Fehler wegen unregelmäßiger Verteilung der Ladung fort. Ebenso wird die Korrektur wegen ungleicher Verteilung der Konvektionsströme und der Leitungsströme in den einzelnen Ringen auch sehr klein, weil der äußere Ring nur 0,9 cm breit ist, die inneren Ringe aber erstens eine geringere magnetische Wirkung ausüben und zweitens immer größere Abstände von der Magnetnadel haben.

#### Die Versuche.

28. Eine rotierende Mikanitscheibe  $A$  (Fig. 9) bildet mit einer anderen unbeweglichen Scheibe  $B$  einen Kondensator mit Schutzringen  $D$  und  $E$ . Die Scheiben sind mit Stanniol beklebt, der Ring  $D$  ist aus Zink.  $B$ ,  $E$  und  $D$  sind unbeweglich,  $A$  und  $D$  an Erde gelegt,  $B$  und  $E$  sind isoliert und können geladen werden. Während der Rotation der Scheibe  $A$  und beim Kommutieren der Ladung des Kondensators werden die Ablenkungen des Magnetometers  $M$  beob-

achtet. Zwischen  $A$  und  $B$  befindet sich entweder Luft oder eine Platte aus Hartgummi oder Glas. Die Platten werden an  $B$  fest angelegt, sodaß die Scheibe  $A$  frei rotieren kann.

Dieser Versuch ist also eine Wiederholung des in § 17 beschriebenen Versuches, aber dieses Mal mit Benutzung eines homogenen Feldes.

Bezeichnen wir mit  $d_0$  den Abstand zwischen  $A$  und  $B$  und schieben wir eine dielektrische Platte von der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  und der Dicke  $d$  hinein, so vergrößert sich die Kapazität des Kondensators um

$$K = \frac{d_0}{\frac{d}{\epsilon} + (d_0 - d)} \text{ mal.}$$

Bei mir war  $d_0 = 1,25$  cm.

Für die Hartgummiplatte ist  $d_1 = 0,95$  cm,  $\epsilon = 2,96$ ,  $K = 2,0$ .

" " Glasplatte "  $d_1 = 0,98$  "  $\epsilon = 5,50$ ,  $K = 2,8$ .

In der Tab. V sind alle Beobachtungen und Rechnungen zusammengestellt. Für die beobachteten Ausschläge  $\alpha$  gebe ich nur die Mittelwerte bei + und - Rotation an, weil der Unterschied zwischen diesen Größen immer sehr klein war. Der Wert  $\alpha$  ist also das Mittel aus 20 Beobachtungen. Alle Ausschläge sind auf gleiche Empfindlichkeit der Nadel reduziert.

Tabelle V.

Dielektrikum	V	n	$\alpha$		Diff.	$\frac{\alpha}{V \cdot n} 10^5$	Mittelwert von $\frac{\alpha}{V \cdot n} 10^5$	$\epsilon$ aus den Ver- suchen	$\epsilon$ direkt be- stimmt
			beob.	ber.					
Luft	4000	$\pm 78$	$\pm 4,2$	$\pm 4,0$	+0,2	1,34	1,30	1,02	1,00
	6250	$\pm 78$	$\pm 6,0$	$\pm 6,2$	-0,2	1,24			
	8750	$\pm 78$	$\pm 9,1$	$\pm 8,7$	+0,4	1,33			
	6250	$\pm 123$	$\pm 10,0$	$\pm 9,8$	+0,2	1,30			
Hartgummi	4000	$\pm 78$	$\pm 8,4$	$\pm 8,0$	+0,4	2,70	2,59	2,97	2,96
	6250	$\pm 78$	$\pm 12,2$	$\pm 12,4$	-0,2	2,50			
	8750	$\pm 78$	$\pm 17,5$	$\pm 17,4$	+0,1	2,56			
	6250	$\pm 123$	$\pm 20,0$	$\pm 19,6$	+0,4	2,60			
Glas	4000	$\pm 78$	$\pm 11,1$	$\pm 11,2$	-0,1	3,56	3,62	5,16	5,50
	6250	$\pm 78$	$\pm 18,0$	$\pm 17,4$	+0,6	3,69			
	8750	$\pm 78$	$\pm 24,7$	$\pm 24,4$	+0,3	3,62			
	6250	$\pm 123$	$\pm 27,8$	$\pm 27,5$	+0,3	3,62			

Wie man sieht, stimmen die beobachteten und berechneten Werte der Ausschläge gut überein; auch die aus diesen Versuchen berechneten Dielektrizitätskonstanten sind mit den direkt bestimmten in genügender Übereinstimmung.

Ich muß noch bemerken, daß hier die Fehler in der Ausmessung der Größen  $d_0$  einen bedeutenden Einfluß haben. Diese Abstände  $d_0$  konnte ich aber nicht genauer als bis auf  $\frac{1}{2}$  mm messen.

29. Die Belegung  $A$  (Fig. 10) ist jetzt eine Zinkplatte und unbeweglich aufgestellt. Eine Hartgummischeibe  $A'B$  rotiert zwischen  $A$  und  $B$ . Aus demselben Hartgummi ist auch ein Schutzring  $D'E$  hergestellt, sodaß das Feld als genügend homogen gelten kann. Jetzt ist  $d_0 = 1,60$ ,  $d_1 = 0,95$ ,  $K = 1,72$ .

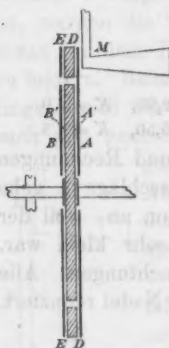


Fig. 10.

Bei der Rotation der Hartgummischeibe ohne Ladung erhält man Ablenkungen der Magnetnadel von 30 mm, welche aber von der Bewegungsrichtung unabhängig sind (vgl. § 8). Kommutiert man die Ladung während der Rotation der Hartgummischeibe  $A'B$ , so erhält man Ablenkungen der Magnetnadel, welche mit dem Sinne der Rotation und der Ladung auch ihren Sinn wechseln; sie sind aber denjenigen Ablenkungen, welche man bei der Rotation der Scheibe  $A$  erhalten würde, entgegengesetzt. Das entspricht auch vollständig der Erwartung, denn ist die Scheibe  $A$  mit  $+e$  geladen, so bedeckt sich die nächste Seite  $A'$  der Hartgummischeibe mit einer fingierten Ladung  $-e$ , die Seite  $B'$  wieder mit  $+e$  und wir beobachten die Differenz der Wirkungen dieser zwei fingierten Konvektionsströme. Da der Strom  $-A'$  näher zum Magnetometer gelegen ist und größere Wirkungen auf denselben ausübt, so ist die Differenz  $-A' + B'$  negativ.

Nennen wir  $C$  die Kapazität des Kondensators mit Luft als Dielektrikum, so ist seine Kapazität mit der Hartgummischeibe  $KC$ . Die Ladung auf den Belegungen  $A$  und  $B$  ist  $KCV$ ; die fingierten Ladungen an  $A'$  und  $B'$  sind  $(K-1)CV$  und die fingierten Ströme  $(K-1)CVn$ .

Vor dem Versuche werden an die Flächen  $A'$  und  $B'$  die zwei oben beschriebenen Mikanitscheiben  $Z$  angelegt und ein bekannter galvanischer Strom durch die Stanniolspiralen geschickt und zwar bei  $A'$  und  $B'$  in entgegengesetzter Richtung. Beobachtet man dabei die Magnetometerablenkung  $b$ , so können die Ablenkungen, welche die beiden Konvektionsströme verursachen, berechnet werden. Folgende Tab. VI enthält die Resultate.

Tabelle VI.

Nr.	$V$	$n$	$a$		Diff.	$\frac{a}{V \cdot n} \cdot 10^6$
			beob.	ber.		
1	8 000	$\pm 68$	$\mp 2,0$	$\mp 1,8$	+0,2	3,69
2	10 000	$\pm 68$	$\mp 2,1$	$\mp 2,2$	-0,1	3,09
3	12 500	$\pm 68$	$\mp 3,1$	$\mp 2,7$	+0,4	3,65
4	10 000	$\pm 104$	$\mp 3,2$	$\mp 3,3$	-0,1	3,08
5	10 000	$\pm 118$	$\mp 3,9$	$\mp 3,8$	+0,1	3,30
6	10 000	$\pm 180$	$\mp 4,4$	$\mp 4,2$	+0,2	3,39

Mittelwert: 3,37

Den Mittelwert von  $a/Vn \cdot 10^6$  kann man benutzen, um die Größe  $K$  und die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  zu berechnen. Man erhält so

$$K = 1,75 \text{ statt } 1,73$$

$$\epsilon = 3,02 \quad ,, \quad 2,96$$

Obgleich die beobachteten Ausschläge ziemlich klein sind, so kann man sie dennoch gut messen, weil die Nadel bei günstigen Versuchsbedingungen sich sehr ruhig verhält. Mit einer Glasscheibe habe ich diesen Versuch nicht gemacht, um die Zahl dieser schwierigen Versuche nicht zu vergrößern. Wir werden aber sehen (vgl. § 31), daß auch für Glas analoge Resultate zu erwarten sind.

Die Versuche zeigen also, daß eine bewegte „fingierte“ Ladung in Bezug auf ihre magnetischen Wirkungen einer wahren elektrischen Konvektion oder auch einem gewöhnlichen Leitungsstrom von gleichem numerischen Betrage völlig äquivalent ist.

30. Schon bei den ersten Versuchen von Röntgen mit bewegten Dielektrika haben die Herren Rowland und Hutchinson einen Einwand gemacht, daß man die von ihm be-

obachtete magnetische Wirkung nicht den fingierten, sondern den wahren Ladungen der dielektrischen Scheibe zuschreiben könnte. Solche Ladungen können in der Tat entweder durch die Leitfähigkeit der Luft oder des Dielektrikums entstehen. Im ersteren Falle würden aber die Flächen  $A'$  und  $A$  mit gleichnamiger Elektrizität geladen und alle Ausschläge der Magnetnadel müßten das entgegengesetzte Zeichen haben. Die Leitfähigkeit des Dielektrikums kann nur dann eine wahrnehmbare Ladung erzeugen, wenn die Ladungszeit mit der Relaxationszeit vergleichbar wäre. Nun ist aber Hartgummi ein vorzüglicher Isolator, dessen Relaxationszeit gewiß größer als 5 Sek. ist, welche Zeit bei unseren Versuchen von einem Kommutieren bis zum anderen gebraucht wurde.

H. Pender<sup>1)</sup> sieht in der von ihm gewählten Methode einen Vorteil in der Beziehung, daß dort kein konstantes Feld, sondern ein Wechselfeld benutzt wird und die Scheibe keine Zeit hat sich zu laden. Bei H. Pender wechselt das elektrische Feld 12—20 mal in der Sekunde. Aber schon Röntgen<sup>2)</sup> selbst hat eine Anordnung angegeben, in welcher die Polarisation im Dielektrikum 200 mal in einer Sekunde wechselt und dennoch blieb das Endresultat, d. h. die magnetische Wirkung ungeändert. Den oben erwähnten Einwand halte ich deshalb schon durch die Versuche von Röntgen selbst für gehoben.

Wollen wir aber dennoch die Möglichkeit voraussetzen, daß die Luft bei der schnellen Rotation der Scheibe sich verdünnt und ein wenig leitend wird, dann wird die magnetische Wirkung des fingierten Stromes zum Teil durch den wahren Konvektionsstrom vernichtet. Die beobachteten Ausschläge entsprechen einem Strome  $i = (K - 1) C V n$ , aber in Wirklichkeit könnte ein Strom  $i_1 = K C V n$  bestehen. Die im folgenden § 31 beschriebenen Versuche<sup>3)</sup>, in welchen kein Luftzwischenraum benutzt wird, schließen die hier vorausgesetzte Möglichkeit aus.

31. Lassen wir die beiden Belegungen eines Kondensators mit dem Dielektrikum zusammen rotieren, so müssen wir

1) H. Pender, l. c. p. 42.

2) W. C. Röntgen, Wied. Ann. 40. p. 97—100. 1890.

3) A. Eichenwald, Physik. Zeitschr. 4. p. 308. 1903.

folgendes erwarten. Auf jeder Belegung  $A$  und  $B$  wird ein Konvektionsstrom erzeugt von der Größe  $i_1 = \epsilon \cdot C V n$  (Rowlandeffekt), wie es die Versuche in § 28 zeigen; auf jeder Seite des Dielektrikums  $A'$  und  $B'$  müssen wir einen Strom  $-(\epsilon - 1) C V n$  (Röntgeneffekt) fingieren (§ 29). Wir erhalten also eine Superposition beider Wirkungen und der äquivalente Strom an jeder Seite des Kondensators wird

$$i = \epsilon \cdot C V n - (\epsilon - 1) C V n = C V n.$$

Wir können also die magnetischen Wirkungen bei diesen Versuchen so berechnen, als ob die Belegungen in Luft rotieren, denn die Dielektrizitätskonstante hat hier keinen Einfluß.

Bei der praktischen Ausführung dieser Versuche muß natürlich der Umstand berücksichtigt werden, daß die geladene, nicht zur Erde abgeleitete Belegung  $B$  des Kondensators sich von beiden Seiten ladet. Die Anordnung muß also folgendermaßen getroffen werden.

Eine Hartgummi- oder Glasscheibe von 25 cm Durchmesser ist von beiden Seiten  $A$  und  $B$  mit Stanniol beklebt und kann um eine horizontale Achse rotieren (Fig. 11). Zwischen den unbeweglichen Schutzringen  $D$  und  $E$  befindet sich dasselbe Dielektrikum, wie zwischen  $A$  und  $B$ . Das elektrische Feld zwischen  $A$  und  $B$  kann als genügend homogen gelten; der Zwischenraum zwischen dem Kondensator  $AB$  und seinem Schutzring ist 0,2 cm.  $CF$  ist eine unbewegliche Mikanitplatte mit Stanniolbelegung; der Abstand  $BC$  ist gleich 0,5 cm. Die Stanniolbelegung  $CF$  ist isoliert und wird immer auf dasselbe Potential geladen wie  $BE$ ; zwischen  $B$  und  $C$  wird also kein elektrisches Feld erzeugt und  $B$  ladet sich nur von der zu  $A$  zugewandten Seite.

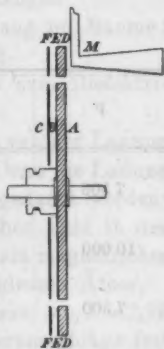


Fig. 11.

In der Tab. VII sind die Versuche mit einer Hartgummi-scheibe von 0,95 cm Dicke zusammengestellt; die Tab. VIII enthält die Resultate, welche mit einer Glasscheibe von 0,98 cm Dicke erhalten wurden.



Tabelle VII.

Dielektrikum: Hartgummi.

V	n	$\alpha$		Diff.
		beob.	ber.	
7 500	$\pm 65$	+3,3	$\pm 3,6$	-0,3
		-3,4		-0,2
10 000	$\pm 65$	+4,9	$\pm 4,7$	+0,2
		-4,7		+0,0
7 500	$\pm 95$	+5,0	$\pm 5,2$	-0,2
		-4,9		-0,3
10 000	$\pm 95$	+7,1	$\pm 6,9$	+0,2
		-6,8		-0,1
7 500	$\pm 120$	+6,3	$\pm 6,6$	-0,3
		-6,3		-0,3
10 000	$\pm 120$	+9,0	$\pm 8,7$	+0,3
		-8,7		+0,0

Tabelle VIII.

Dielektrikum: Glas.

V	n	$\alpha$		Diff.
		beob.	ber.	
7 500	$\pm 64$	+4,5	$\pm 4,8$	-0,3
		-4,9		+0,1
10 000	$\pm 64$	+6,2	$\pm 6,4$	-0,2
		-6,5		+0,1
7 500	$\pm 95$	+7,6	$\pm 7,1$	+0,5
		-7,2		+0,1
10 000	$\pm 95$	+9,6	$\pm 9,5$	+0,1
		+9,0		-0,5

Der Sinn und die Größe der beobachteten Ausschläge stimmen mit den berechneten gut überein.

Wir haben somit einen experimentell bewiesenen Satz:  
*Wird ein Kondensator bis zu einer gegebenen Potentialdifferenz*



geladen und mit dem Dielektrikum zusammen bewegt, so übt er eine magnetische Wirkung aus, welche aber vom Material des Dielektrikums unabhängig ist.

Benutzen wir diesen Satz im Zusammenhange mit den im § 28 beschriebenen Versuchen, wo die Belegung allein in Rotation versetzt wurde, so können wir schließen, daß dem Röntgen-effekt wirklich ein äquivalenter Strom  $i = (K - 1) C V n$  zukommt. Mit einer Glasscheibe habe ich den Röntgenversuch (§ 29) nicht gemacht, aber wegen der Übereinstimmung der Versuche in §§ 28 und 31 mit unseren Voraussetzungen müssen wir auch für Glas, wie für Hartgummi einen fingierten Konvektionsstrom von der Größe  $(K - 1) C V n$  annehmen. Da bei dieser Versuchsanordnung kein Luftzwischenraum gebraucht wird, so sind die Versuche noch einwandsfreier, als die im § 29 beschriebenen und wir können noch sicherer schließen, daß nicht die Größe  $K C V n$ , sondern die Größe  $(K - 1) C V n$  den fingierten Strömen beizulegen ist.

32. Noch von einem anderen Standpunkte aus kann unser letzter Versuch betrachtet werden. Wir können folgende drei Annahmen machen: Die magnetische Wirkung kann in irgend einem unbeweglichen Punkte des Raumes abhängen:

a) von der absoluten Bewegung der Ladung im Raume; dann ist der äquivalente Strom  $i = \varepsilon . C . V . n$ ;

b) von der Bewegung der Ladung relativ zum Dielektrikum; bei unserem Versuche ist dann  $i = 0$ ;

c) von der Bewegung der Ladung zu dem von der Ladung selbst erzeugten Felde; dann ist  $i = C V n$ . Denn die Ladung des Kondensators  $\varepsilon . C . V$  muß aus zwei Teilen gedacht werden: der erste Teil  $(\varepsilon - 1) C V$  erzeugt ein elektrisches Feld in der Materie und rotiert mit derselben, gibt also kein magnetisches Feld; der zweite Teil  $C V$  rotiert im unbeweglichen Äther.

Würde also die erste Annahme a) richtig sein, wo  $\varepsilon = 2,96$  ist, so müßten alle beobachteten Magnetometerausschläge fast dreimal größer als die berechneten sein, bei der zweiten Annahme b) würde man überhaupt keine Ausschläge erhalten und nur die dritte Annahme entspricht dem Versuche.

Es können also unsere Versuche nur durch eine solche Theorie erklärt werden, welche den Äther als ruhend annimmt oder zu solcher Anschauung führt; und zwar müssen wir den Äther als

ruhend nicht nur in der Umgebung bewegter Körper annehmen, sondern auch im Innern der bewegten Dielektrika selbst.

33. Wir wollen jetzt die Ergebnisse unserer Versuche mit der elektromagnetischen Theorie für bewegte Körper vergleichen. Nach der Maxwell-Hertz'schen Theorie können wir die hier beobachteten magnetischen Wirkungen dem Vorhandensein von Gleitflächen im elektrostatischen Felde zuschreiben, indem wir unter Gleitflächen die Flächen verstehen, an welchen sich die tangentialen Komponenten der Geschwindigkeiten un-  
stetig ändern. An solchen Flächen müssen nach H. Hertz<sup>1)</sup> magnetische Kräfte entstehen von der Größe

$$M = A \cdot \epsilon \cdot E \cdot (v_1 - v_2),$$

wo  $E$  die normal zur Fläche genommene Polarisation und  $v_1 - v_2$  die Geschwindigkeitsdifferenz oder die relative tangential Geschwindigkeit zweier sich berührender Körper bedeutet.

Wenden wir diese Gleichung an den Fall bewegter Leiter, so erhalten wir einen richtigen Wert der magnetischen Kraft:  $M_1 = A \cdot \epsilon \cdot E(v_1 - v_2)$ ; im Falle eines rotierenden Dielektrikums müssen wir schon an den Hertz'schen Gleichungen eine Korrektur anbringen und  $M_2 = A \cdot (\epsilon - 1) \cdot E \cdot (v_1 - v_2)$  schreiben; rotiert endlich der Kondensator mit seinen Belegungen zusammen, so haben wir im Sinne der Hertz'schen Gleichungen überhaupt keine Gleitflächen, überall ist  $v_1 - v_2 = 0$  und um  $M_3$  in diesem Falle von Null verschieden zu erhalten, müssen wir den Äther in den bewegten Dielektrika als ruhend annehmen. Dann erhalten wir eine Gleitfläche zwischen jeder Belegung des Kondensators und dem angrenzenden ruhenden Äther im Dielektrikum. Die magnetische Wirkung wird dann übereinstimmend mit den Versuchen  $M_3 = A \cdot E \cdot (v_1 - v_2)$ .

Daraus sehen wir schon, daß die Maxwell-Hertz'schen elektromagnetischen Gleichungen für bewegte Körper bei unseren Versuchen mit Dielektrika versagen. Was aber die Theorie von Lorentz anbetrifft, so liefert sie richtige Werte der magnetischen Wirkungen auch bei den bewegten Dielektrika, denn alle unsere Rechnungen sind eigentlich im Sinne der Lorentz'schen Elektronentheorie gemacht worden. Aber

1) H. Hertz, Ausbreitung der elektrischen Kraft p. 274. 1892.

auch andere Theorien, welche den Versuch von Fizeau mit strömenden Wasser erklären, müssen auch richtige Werte für den Röntgeneffekt liefern, denn die oben an  $M_2$  angebrachte Korrektur  $s - 1/s$  ist ja nichts anderes, als der Fresnelsche Führungskoeffizient.

34. Ich will hier noch einen Kontrollversuch anführen. Es soll jetzt das Dielektrikum, nämlich Hartgummi mit der Belegung  $B$  rotieren, während  $A$  stillsteht (Fig. 12). Zwischen  $B$  und  $C$  ist kein elektrisches Feld vorhanden. Dann müssen wir bei der Berechnung bei  $B$  einen Strom  $CFn$  und bei  $A$  einen Strom  $(K - 1)CFn$  fingieren. Beide Ströme sind gleichgerichtet und die magnetischen Wirkungen addieren sich.

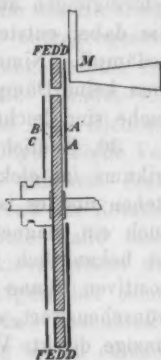


Fig. 12.

Tabelle IX.

$V$	$n$	$a$		Diff.	$\frac{a}{V \cdot n} 10^6$
		beob.	ber.		
3 750	$\pm 72$	$\mp 2,3$	$\mp 2,2$	+0,1	0,85
5 000	$\pm 72$	$\mp 2,9$	$\mp 3,0$	-0,1	0,81
6 250	$\pm 72$	$\mp 3,5$	$\mp 3,7$	-0,2	0,78
7 500	$\pm 72$	$\mp 4,7$	$\mp 4,4$	+0,3	0,87
10 000	$\pm 72$	$\mp 6,1$	$\mp 5,9$	+0,2	0,85
10 000	$\pm 116$	$\mp 9,3$	$\mp 9,5$	-0,2	0,80

Mittelwert: 0,827

Berechnet: 0,821

Auch in diesem Fall stimmen unsere Rechnungen mit den Beobachtungen.

35. Bis jetzt sind bei der Bewegung der Dielektrika nur solche Fälle behandelt worden, wo das Feld während der Rotation unverändert blieb. Benutzt man Dielektrika, welche keine Rotationskörper sind und teilt man noch die Belegungen in einzelne isolierte Sektoren, so erhält man in denselben Wechselströme, welche man, wie in § 19 und § 20, mit dem Telefon nachweisen kann.

Läßt man eine biskuitartige Hartgummiplatte über einer gut leitenden Glasplatte im elektrostatischen Felde Torsionsschwingungen ausführen, so werden diese Schwingungen durch die dabei entstehenden Konduktionsströme in der Glasplatte gedämpft. Nimmt man eine volle Hartgummischeibe, so erhält man keine Dämpfung ganz analog dem § 22. Alle diese Versuche sind leicht zu machen.

36. Endlich können noch bei der Bewegung des Dielektrikums im elektrostatischen Felde Verschiebungsströme entstehen und es ist die Frage zu beantworten, ob solche Ströme auch ein magnetisches Feld erzeugen. Diese wichtige Frage ist bekanntlich indirekt durch die Hertz'schen Versuche im positiven Sinne schon beantwortet; aber es ist dennoch wünschenswert, einen direkten Beweis dafür zu liefern. Der einzige direkte Versuch in dieser Richtung ist von Röntgen<sup>1)</sup> gemacht worden; die Versuche von S. P. Thomson<sup>2)</sup> (mit Telephon), von Nikolaiew<sup>3)</sup> (Induktion) sind nicht einwandfrei und indirekt; endlich sind noch die Versuche von R. Blondlot<sup>4)</sup> und J. Whitehead<sup>5)</sup> zu erwähnen, obgleich die letztgenannten Verfasser aus ihren Versuchen den Schluß ziehen, daß eine magnetische Wirkung des Verschiebungsstromes überhaupt nicht vorhanden wäre. Aber sogar die mit Erfolg angestellten Versuche können schon deshalb keine befriedigende Antwort geben, weil sie alle nur einen qualitativen Charakter haben. Der einzige Versuch, der hier in Betracht genommen werden kann, ist der von Röntgen und da ich im Prinzip dieselbe Methode benutzt habe, so will ich kurz den Röntgen'schen Versuch beschreiben.

Eine horizontale Ebonitscheibe von 16 cm Durchmesser und 0,5 cm Dicke rotiert um eine vertikale Achse zwischen zwei unbeweglichen ringförmigen Stanniolbelegungen. Die untere Belegung ist in zwei voneinander isolierte Halbringe eingeteilt, welche immer entgegengesetzt geladen werden; die obere Be-

1) W. C. Röntgen, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 195. 1885; Rep. d. Phys. 21. p. 521. 1885.

2) S. P. Thomson, Proc. Roy. Soc. 45. p. 392. 1889.

3) W. de Nikolaiew, Journ. de Phys. 4. p. 245. 1895.

4) R. Blondlot, Journ. de Phys. 1. p. 8. 1902.

5) J. B. Whitehead jr., Physik. Zeitschr. 4. p. 229. 1903.

legung ist dauernd zur Erde abgeleitet. Bei jeder Umdrehung der Scheibe wechselt in derselben die Polarisierung zweimal ihr Zeichen und es entstehen an der Trennungslinie der Halbringe zwei vertikale Verschiebungsströme, welche entgegengesetzt gerichtet sind. Dicht über der oberen Belegung ist eine empfindliche Magnetnadel aufgehängt; ihre Mitte befindet sich in der Verlängerung der Drehungsachse, und ihre Richtung ist parallel mit der Trennungslinie der Halbringe. Beide Verschiebungsströme müssen auf die Nadel in gleichem Sinne wirken. Beim Kommutieren der Ladung während der Rotation der Scheibe erhielt Röntgen im günstigsten Falle einen doppelten Ausschlag von 1,5 mm bei 3 m Skalenabstand und erst nach einer großen Übung „konnte Röntgen bei seinen letzten Versuchen die Ablenkungsrichtung fast ausnahmslos richtig angeben“. <sup>1)</sup> Aus dieser Beschreibung ist zu ersehen, daß es wünschenswert ist erstens eine größere Sicherheit in der Beobachtung zu erzielen und zweitens quantitative Resultate zu erhalten, welche einen Vergleich mit der Theorie erlauben. Außerdem ist noch zu beweisen, daß die beobachteten Ablenkungen von der magnetischen Wirkung der Verschiebungsströme und nicht der Konvektionsströme (§ 29) herrühren; diese letzte Wirkung wechselt nämlich auch ihr Zeichen mit dem Sinne der Ladung und der Rotation.

37. Wie gesagt, habe ich im Prinzip dieselbe Methode benutzt wie Röntgen, die Anordnung war aber eine andere. Eine vertikale Hartgummischeibe  $A'B'$  (Fig. 13) kann um eine horizontale Achse rotieren. Die Scheibe ist am Rande 1,25 cm dick, in der Mitte aber nur etwa 0,5 cm, sodaß sich am Rande ein 1,5 cm breiter Hartgummiring bildet. Parallel mit der Scheibe sind zwei unbewegliche Mikanitplatten mit ringförmigen Stanniolbelegungen aufgestellt. Der Abstand zwischen  $A$  und  $B$  ist 1,50 cm, sodaß  $AA' = BB' = 0,125$  cm ist. Die Belegungen sind in Halbringe geteilt und lassen oben und unten je einen Zwischenraum von 1 cm frei. Um den früher benutzten Rotationsapparat nicht umzubauen, ließ ich die Scheiben wie früher im magnetischen Meridian rotieren, den über dem oberen

<sup>1)</sup> W. C. Röntgen, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. z. Berlin p. 197. 1885.

Rande der Scheibe aufgehängten Magnetometer  $M$  aber um  $90^\circ$  gedreht. Die Magnetnadel mußte jetzt in der Ostwestrichtung stehen und das konnte leicht durch den Astasierungsmagneten

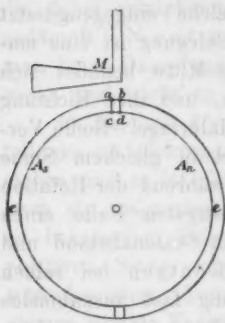


Fig. 13.

erzielt werden. Wird die Scheibe in Rotation versetzt und alle Halbringe paarweise entgegengesetzt geladen, so entstehen bei  $ac$  und  $bd$  (Figg. 13 und 15) Verschiebungsströme, welche die Magnetnadel ablenken. Betrachten wir den ganzen Apparat von oben (Fig. 15) und ist der nördliche Halbring  $A_n$  mit  $+$ , der nördliche Halbring  $B_n$  mit  $-$  und die südlichen Halbringe entgegengesetzt dem nördlichen geladen, so muß bei der Bewegung des Dielektrikums in der Pfeilrichtung (Fig. 15) ein Verschiebungsstrom

von  $A$  nach  $B$  entstehen. Die Versuche zeigen, daß die Nadel  $ns$  wirklich der Richtung dieser Verschiebungsströme entsprechend abgelenkt wird. Die Ablenkungen wechseln ihr Zeichen mit dem Sinne der Ladung und der Rotation.



Fig. 14.

Wird der ganze Ring  $A$  mit gleichnamiger Elektrizität geladen, die Halbringe  $B_s$  und  $B_n$  aber mit ungleichnamiger, so reduzieren sich die Ablenkungen der Magnetnadel auf die Hälfte. Werden endlich die Halbringe so leitend verbunden, daß die Ringe  $A$  und  $B$  entgegengesetzt, aber ihre Hälften gleichnamig geladen werden, so erhält man keine Ausschläge der Nadel. Im letzteren Falle entsteht nämlich bei der Bewegung keine Änderung der dielektrischen Polarisation, wohl aber ein Konvektionsstrom (§ 28); bei der hier gewählten symmetrischen Lage der Nadel können die Konvektionsströme, welche senkrecht zu der Magnetnadel verlaufen, auf dieselbe keine Wirkung ausüben, und der Versuch bestätigt auch dieses vollkommen.

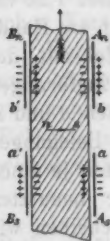


Fig. 15.

38. Um die magnetischen Wirkungen des Verschiebungsstromes mit den Wirkungen eines galvanischen Stromes zu

vergleichen, werden vor dem Versuche an den Hartgummiring vier Halbringe aus Zink mit ein wenig Wachs angeklebt, ganz entsprechend den Stanniolbelegungen des Kondensators. (In den Figg. 13, 14 und 15 müssen jetzt die Belegungen an die Hartgummischeibe fest angelegt gedacht werden, dann stellen sie die Zinkhalbringe vor.) An den Punkten  $a, b, c$  und  $d$  sind an die Halbringe feine Drähtchen angelötet, welche durch die Hartgummischeibe hindurch gehen und die auf den entgegengesetzten Seiten der Scheibe angeklebten Zinkhalbringe miteinander leitend verbinden, und zwar in der Weise, daß  $a$  mit  $a'$ ,  $b$  mit  $b'$  (Fig. 15) etc. verbunden werden. Schickt man jetzt einen bekannten galvanischen Strom in der Richtung  $A_n . a . a' . B_n$  einerseits und einen zweiten Strom in der Richtung  $B_n . b' . b . A_n$ , so fallen die Richtungen dieser Ströme mit denen der fingierten Ströme zusammen. Die Teile dieser Stromkreise, welche mit  $aa'$ ,  $bb'$  etc. bezeichnet sind, sollen den Verschiebungsströmen, welche bei der Bewegung im Dielektrikum entstehen, äquivalent sein. In Wirklichkeit aber kommt der Verschiebungsstrom nicht in den einzelnen Stromfaden  $aa'$  etc. zu stande, sondern in den zwei Flächen  $aca'$  und  $bdb'$ ; wir machen also hier denselben Fehler wie in § 5, welcher aber, wie eine annähernde Rechnung zeigt, bei dem großen Abstände der Magnetnadel (1,5 cm) von  $aa'$  und  $bb'$  kleiner als die Beobachtungsfehler (etwa 5 Proz.) ausfällt.

Die Versuche wurden in folgender Reihenfolge angestellt. Zunächst werden die Zinkhalbringe an die Hartgummischeibe angeklebt, zusammengelötet und der ganze Apparat zusammengestellt. Sodann dreht man die Scheibe so, daß der Punkt  $e$  (Fig. 13) an dem Magnetometer zu stehen kommt und sucht eine solche Stellung der Nadel  $ns$  auf, bei welcher die Wirkung des in den Halbringen  $A_n . b . b' . B_n$  zirkulierenden galvanischen Stromes ein Minimum wird. (Bei einer idealsymmetrischen Aufstellung müßte das Minimum gleich Null sein, weil die Ströme senkrecht zu der Nadel verlaufen.) Jetzt dreht man die Scheibe zurück, bis der Zwischenraum in den Zinkhalbringen mit dem Zwischenraum in den Stanniolbelegungen zusammenfällt und beobachtet die Ausschläge  $b$  der Nadel beim Kommutieren des Stromes  $i$  in den Zinkhalbringen; die Nadel muß dabei dieselbe Nulllage haben, welche in dem vorher-



gegangenen Versuche ausgesucht wurde; das kann leicht durch einen kleinen Richtmagneten vom Beobachtungsplatze aus erzielt werden. Dieselbe Nulllage der Nadel muß auch bei den Versuchen mit den Verschiebungsströmen beibehalten werden.

Bei mir war  $i = 4 \cdot 10^{-5}$  Amp.;  $b = 49,6$  mm bei 2 m Skalenabstand. Rückt der Punkt  $e$  an das Magnetometer, so erhält man Ausschläge der Magnetnadel, die kleiner als 1 mm sind und nur bei  $i = 20 \cdot 10^{-5}$  Amp. erhielt ich einen doppelten Ausschlag von 4 mm. Der Fehler ist also kleiner als 2 Proz. und kann vernachlässigt werden.

Die Größe des Verschiebungsstromes kann man folgendermaßen berechnen. Ist  $\epsilon$  die Dielektrizitätskonstante und  $E$  die elektrische Kraft, so ist bekanntlich der Verschiebungsstrom

$$(i) = \frac{\epsilon}{4\pi} \frac{dE}{dt}.$$

Bei uns bleibt aber  $E$  unverändert mit der Zeit und außerdem wollen wir annehmen, daß sich bei der Bewegung *nur* in der *Materie* ein Verschiebungsstrom bildet, der Äther aber in Ruhe bleibt; dann ist

$$(i) = \frac{(\epsilon - 1)}{4\pi} \cdot E \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{(\epsilon - 1)E}{4\pi} S n,$$

wo  $S$  die ganze Fläche eines Ringes  $A$  und  $n$  die Umdrehungszahl in der Sekunde bedeutet. Es ist aber bei homogenem Felde

$$S = 4\pi C d \quad \text{und} \quad E = \frac{V}{d},$$

also

$$(i) = (\epsilon - 1) C V n.$$

Endlich muß man noch berücksichtigen, daß nicht der ganze Zwischenraum mit dem Dielektrikum ausgefüllt ist und die Größe  $\epsilon$  durch die Größe  $K$  (§ 28) ersetzt werden muß.

Beobachtet man während der Rotation der Scheibe beim Kommutieren der Ladung einen Ausschlag  $a$ , so muß wie früher sein

$$\frac{(K - 1) C V n}{a} = \frac{i}{b}.$$

Die Rechnung haben wir für ein homogenes Feld durchgeführt. Bei einem unhomogenen Felde, welches wir notwendigerweise



bei unseren Versuchen benutzen müssen, bedeutet  $(K - 1)C$  die Kapazitätsvergrößerung, welche bei einem Luftkondensator  $AB$  eintritt, wenn in denselben eine Hartgummiplatte  $A'B'$  eingeschoben wird. Ich habe  $(K - 1)C$  direkt bestimmt und erhielt  $(K - 1)C = 0,9 \cdot 10^{-11}$  Farad. Auf diese Weise habe ich die Ausschläge  $a$  der Magnetnadel berechnet und sie mit den beobachteten verglichen, wie es in der Tab. X angegeben ist.

Tabelle X.

V	n	a		Diff.
		beob.	ber.	
3000	$\pm 65$	+2,0	$\pm 2,2$	-0,2
		-2,0		-0,2
6250	$\pm 65$	+4,9	$\pm 4,5$	+0,4
		-4,7		+0,2
3000	$\pm 110$	+3,0	$\pm 3,7$	-0,7
		+3,8		+0,1
6250	$\pm 110$	+8,0	$\pm 7,7$	+0,3
		-7,9		+0,2
3000	$\pm 134$	+4,4	$\pm 4,5$	-0,1
		+4,2		-0,3
6250	$\pm 134$	+9,8	$\pm 9,4$	+0,4
		-9,6		+0,2

Obgleich die Übereinstimmung der Beobachtung und Rechnung auch hier eine gute ist, so muß ich dennoch bemerken, daß ich diesen Versuchen nur eine Genauigkeit bis etwa 10 Proz. beilegen kann. Wahrscheinlich kompensieren sich teilweise die verschiedenen hier vorkommenden Fehler. Außerdem wanderte der Nullpunkt der Nadel während der Zeit einer Ablesung um etwa 2 mm, was bei der Kleinheit der beobachteten Ausschläge schon einen bemerkbaren Einfluß auf den Mittelwert haben kann. Ich habe immer 10 Ablesungen nacheinander gemacht und dann durch einen Richtmagneten die Nadel auf die frühere Stelle gebracht. Ein Hilfsstrom  $c$  diente auch hier, wie bei allen früheren Beobachtungen, zur Kontrolle der Empfindlichkeit der Magnetnadel.

Durch diese Versuche ist also direkt gezeigt worden, daß auch der Verschiebungsstrom ein magnetisches Feld erzeugt und zwar von der Größe, welche von der Theorie verlangt wird.

39. Diese Versuche zeigen außerdem, daß der Verschiebungsstrom, welcher bei der Bewegung des Dielektrikums in einem unhomogenen elektrischen Felde entsteht, nicht der Änderung der gesamten Polarisierung des Dielektrikums mit der Zeit, sondern nur der zeitlichen Änderung der Polarisierung der bewegten Materie gleich ist. Wir haben nämlich unsere Versuche nach der Formel  $(K - 1)CVn$  und nicht nach der Formel  $KCVn$  berechnet (vgl. § 33). Dieser Verschiebungsstrom ist ja nichts anderes, als die Fortsetzung des Konvektionsstromes, welchen wir an den beiden Seiten der bewegten dielektrischen Scheibe fingieren müssen. In der Tat zeigt auch die auf p. 438 durchgeführte Rechnung, daß beide Ströme dieselbe Größe haben. Der ganze Stromkreis, Konvektionsstrom + Verschiebungsstrom erscheint hier ganz in derselben Weise geschlossen, wie unser galvanischer Strom  $i$ , welchen wir vor dem Versuche durch die Zinkhalbringe geschickt haben.

Vergleichen wir diesen Versuch mit dem Versuche in § 21<sup>1)</sup>, wo die Konduktionsströme, welche durch Bewegung des Leiters in einem unhomogenen Felde entstehen, beobachtet wurden, so finden wir, daß beide Versuche ganz analog erscheinen. In beiden Fällen entstehen in den bewegten Körpern Wechselströme, welche bei dem Magnetometer, ebenso wie bei jedem unbeweglichen Punkte immer mit derselben Phase vorbeigehen und so im äußeren Raume ein statisches magnetisches Feld erzeugen. Auch im Falle eines bewegten Leiters wird der Konvektionsstrom  $K$  durch zwei Konduktionsströme  $G$  zu einem geschlossenen Stromkreise ergänzt.

Bei reiner elektrischer Konvektion ist der Konvektionsstrom in sich selbst geschlossen.

Wir schließen also, daß alle von uns beobachteten Ströme (Konvektions-, Leitungs- und Verschiebungsströme) stets geschlossene Stromkreise bilden.

1) A. Eichenwald, Ann. d. Phys. 11. p. 28. 1903.

## Resultate.

In der vorliegenden Arbeit sind die magnetischen Wirkungen bewegter Körper im elektrostatischen Felde unter möglichst variierten Versuchsbedingungen *quantitativ* untersucht worden. Es wurden Geschwindigkeiten bis zu etwa 150 m in der Sekunde und Feldstärken bis zu etwa 30 C.G.S. gebraucht. Die Messungen können mit Fehlern in *maximo* bis zu etwa 10 Proz. behaftet sein.

Unter allen diesen Beschränkungen lassen sich die Ergebnisse unserer Versuche folgendermaßen kurz zusammenstellen.

1. Bei der Bewegung der Körper im elektrostatischen Felde entstehen im allgemeinen Konvektions-, Konduktions- und Verschiebungsströme; alle diese Ströme sind in Bezug auf magnetische Wirkungen den Wirkungen eines galvanischen Stromes von gleichem numerischen Betrage völlig äquivalent.

2. Im Falle reiner elektrischer Konvektion sind die Bewegungen und die magnetischen Wirkungen der bewegten Ladungen unabhängig voneinander. Die Ladungen haften an der Materie.

3. Alle von uns beobachteten Ströme bilden stets geschlossene Stromkreise.

4. Die Versuche sind mit der Annahme eines überall auch in den bewegten Dielektrika ruhenden Äthers im Einklange.

Zum Schluß will ich noch bemerken, daß ganz analoge Gesetze auch für die Bewegung der Körper im magnetischen Felde gelten müssen; nur haben wir keinen „wahren“ Magnetismus.

Moskau, Ingenieur-Hochschule, Februar 1903.

(Eingegangen 9. März 1903.)

# 11. Über eine Abänderung des Rowland-Gilbertschen Versuches; von Peter Lebedew.

Die interessanten Versuche, welche Gilbert<sup>1)</sup> auf Veranlassung von H. Rowland angestellt hat, um elektrische Ströme in Leitern durch deren Bewegung im Äther zu erzeugen und hierdurch eine experimentell begründete Erklärung des Ursprunges des Erdmagnetismus zu gewinnen, haben bekanntlich kein positives Resultat ergeben.

Da die auftretende Wirkung der Geschwindigkeit des Leiters proportional sein muß, so habe ich es versucht, die geringe im Laboratorium zu erzielende Geschwindigkeit durch die tausendmal größere Bahngeschwindigkeit der Erde (30 km pro Sekunde) zu ersetzen. Der gewählten Versuchsanordnung liegt sowohl die Rowlandsche Hypothese zu Grunde, daß an den Enden eines linearen Leiters, welcher in seiner Längsrichtung (im Äther) bewegt wird, eine Potentialdifferenz entsteht, als auch eine weitere Hypothese, daß diese Potentialdifferenz unter gleichen Bedingungen für chemisch verschiedene Leiter verschieden groß ist; stellt man hiernach

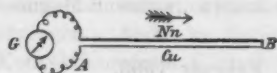


Fig. 1.

zwei parallele gleich lange Drähte aus *Kupfer* (Cu) und *Nickelin* (Nn) (Fig. 1) in die Richtung der Bahnbewegung der Erde und verbindet das eine Endenpaar miteinander,

so muß zwischen dem anderen Endenpaare eine konstante Potentialdifferenz entstehen, welche einen ununterbrochen dauernden Strom im Galvanometer G erzeugen wird.

Für die Versuche wurden 500 *Kupferdrähte* (Dicke = 1,5 mm) und 500 *Nickelindrähte* (Dicke = 2,85 mm) von je 75 cm Länge

1) N. Gilbert, Phil. Mag. (6) 3. p. 361. 1902.

genommen, welche in derselben Weise wie die Elemente einer Mellonischen Thermosäule hintereinander geschaltet waren und in einem dickwandigen Holzkasten *K* (Fig. 2) eingebettet wurden; ein biegsamer Doppelleiter *L* führte zum Galvanometer *G*. Der Kasten *K* saß auf einer vertikalen Achse *A* und konnte mittels des Hebels *H* nach allen Richtungen der Windrose gedreht werden; er trug oben einen Zapfen *P*, um welchen eine zur Erde abgeleitete, fast geschlossene Zinkhülle *ZZ* ununterbrochen und unabhängig vom Kasten rotieren konnte; die Zinkhülle *ZZ* (Fig. 2 im Durchschnitt) wurde durch einen Motor angetrieben und es zeigte sich, daß nach einer fünfstündigen Rotation sich die Temperaturen im Innern des Kastens *K* genügend ausglich und die Differenz der Temperaturänderungen der beiden Enden des Drahtbündels kaum  $0,02^{\circ}\text{C}$ . pro Stunde erreicht.

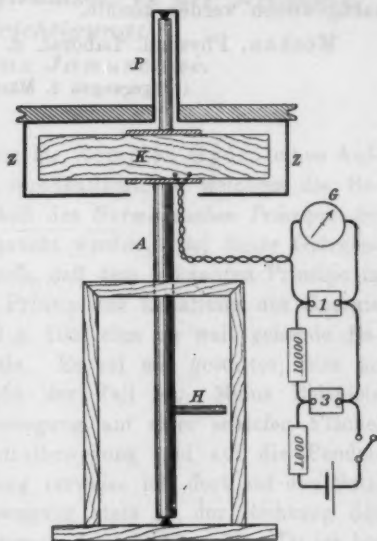


Fig. 2.

Der Gesamtwiderstand der Drähte betrug 35 Ohm, der des Galvanometers 80 Ohm; um die

Galvanometerempfindlichkeit bestimmen zu können, war in den Stromkreis ein Widerstand von 1 Ohm eingeschaltet, an dessen Enden eine elektromotorische Kraft von  $6 \cdot 10^{-7}$  Volt (Galvanometerausschlag ca. 10 Skt.) angelegt werden konnte (vgl. Fig. 2).

Um die stets vorhandenen thermoelektrischen Kräfte zu eliminieren, wurden die Galvanometerablesungen für eine bestimmte Stellung des Kastens *K* gemacht und hierauf die Achse *A* um  $180^{\circ}$  gedreht; 10 bis 30 aufeinander folgende Ablesungen, welche durch gleiche Zeitintervalle (30 Sek.) getrennt waren, bildeten eine Beobachtungsreihe.

Die Beobachtungen wurden im Dezember 1902 zur Mittagszeit gemacht; in die NS-Richtung fällt dann die Komponente der Bewegung des Sonnensystems, und in die OW-Richtung die Bahnbewegung der Erde.

Die sechs definitiven Beobachtungsreihen ergeben übereinstimmend, daß eine elektromotorische Kraft, welche  $3 \cdot 10^{-8}$  Volt überschreitet und einer Temperaturdifferenz der Lötstellen von  $3 \cdot 10^{-6}$  Grad C. äquivalent wäre, bei diesen Versuchen nicht nachgewiesen werden konnte.

Moskau, Physikal. Laborat. d. Univ., im Februar 1903.

(Eingegangen 5. März 1902.)



2

12. *Über den Energieumsatz in der Mechanik.*  
*Berichtigung;*  
*von Hans Januschke.*

Unter diesem Titel hat Hr. Zemplén Győző einen Aufsatz<sup>1)</sup> in diesen Annalen veröffentlicht, in welchem die Bedingungen für die Gültigkeit des *Ostwaldschen Prinzips der Energieumwandlungen* untersucht werden. Bei dieser Gelegenheit wird darauf hingewiesen, daß dem genannten Prinzip in meinem Buche über das Prinzip der Erhaltung der Energie in der Naturlehre<sup>2)</sup> (p. 12 u. 105) eine zu weit gehende Bedeutung beigemessen werde. Es sei mir gestattet, hier zu skizzieren, daß dies nicht der Fall ist. Meine Beispiele beziehen sich auf die Bewegung auf einer schiefen Fläche, auf die Wurf- oder Zentralbewegung und auf die Pendelbewegung. Zur Begründung verweise ich dort auf den Satz, daß die resultierende Bewegung stets in der Richtung der größtmöglichen Arbeitsleistung erfolgt (p. 12 u. 35). Da ich bei den angeführten Erscheinungen die mathematische Formulierung des Nachweises nicht gegeben habe, möge dieselbe für die Zentralbewegung kurz notiert werden.

Das *Energieprinzip* kann in folgender selbstverständlichen Form geschrieben werden:

$$P \cdot dr - mv \cdot dv = 0,$$

1) Zemplén Győző, Ann. d. Phys. 10. p. 419. 1903.

2) H. Januschke, Das Prinzip d. Erh. d. Energie i. d. Naturlehre. Teubner 1897.

wenn  $P$  die Zentralkraft angibt. Ist die Länge eines Bahnelementes  $ds$ ,  $\sphericalangle(r ds) = \alpha$  und der Winkel zweier aufeinander folgender Bahnelemente gleich  $\beta$ , dann läßt sich das Ostwaldsche Prinzip des Arbeitsmaximums durch die Gleichung darstellen:

$$P \frac{dr}{ds} \cdot ds + \frac{1}{2} m v^2 \cos^2 \beta - \frac{1}{2} m v^2 = \text{Maximum.}$$

Der Energieumsatz besteht nämlich in der Arbeit der Zentralkraft  $P$  längs des Weges  $ds$  und in der Änderung der lebendigen Kraft infolge der Richtungsänderung von  $v$ . Wie eine einfache Reduktion zeigt, ist diese zugleich der Verlust an lebendiger Kraft in der Richtung der Fliehkraft; die Gleichung läßt sich nämlich auch so schreiben:

$$P \cdot \cos \alpha \cdot ds - \frac{1}{2} m v^2 \cdot \sin^2 \beta = \text{Maximum.}$$

Es ergibt sich aus der Gleichwertigkeit der lebendigen Kraft und der Arbeit der Fliehkraft, nämlich aus  $\frac{1}{2} m v^2 \sin^2 \beta = m v \cdot (dv/dn) dn$ , daß Zentral- und Fliehkraft zusammen die größte Arbeit leisten. Die Bedingung für das Maximum ist

$$- P \sin \alpha d\alpha ds - m \cdot v^2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot d\beta = 0.$$

Hierin ist  $\sphericalangle \alpha + \beta = \sphericalangle(vr)$  bei gegebener Richtung von  $v$  und  $P$  im betrachteten Bahnelemente konstant, daher  $d\beta = -d\alpha$ . Aus diesen Beziehungen und  $dn = ds \cdot \sin \beta$ , wobei  $dn$  das Wegelement der Fliehkraft ist (oder auch aus  $\frac{1}{2} m v^2 \sin^2 \beta = m \gamma \cdot \frac{1}{2} \gamma r^2$ ), folgt die Bedingung

$$P \cdot \sin \alpha = m v \cdot \frac{dv}{dn} \cdot \cos \beta$$

oder, wenn  $\cos \beta = 1$  gesetzt wird,

$$P \cdot \sin \alpha = m v \cdot \frac{dv}{dn},$$

d. h. die Komponente der Zentralkraft in der Richtung der Bahnnormalen ist der Fliehkraft des betreffenden Bahnelementes



gleich und entgegengesetzt. Beide Kräfte heben einander gegenseitig auf und die andere Komponente der Zentralkraft, welche in der Bahnrichtung wirkt, leistet das geforderte Maximum der Arbeit; denn diese Komponente ist zugleich die Resultierende aus der ganzen Zentralkraft und der Fliehkraft. In diesem Sinne habe ich das Ostwaldsche Prinzip in meinem Buche geltend gemacht.

Bei einer Bewegung auf vorgeschriebener Bahn muß die Arbeit der geweckten Elastizität in die Bedingung für das Arbeitsmaximum aufgenommen werden.

Hr. Zemplén stellt neben dem Energieprinzip das Ostwaldsche Prinzip des größten Energieumsatzes in folgender Form auf:

$$T_{t+\tau} - T_t = \frac{1}{2} m (u^2 + v^2 + w^2 - u^2 - v^2 - w^2) = \text{Maximum}$$

und als Bedingung hierfür

$$\delta(T_{t+\tau} - T_t) = m(u \cdot \delta u + v \cdot \delta v + w \cdot \delta w) = 0.$$

Der letztere Ausdruck gibt aber doch keinen anderen physikalischen Inhalt als der erstere, nichts anderes als die Änderung der lebendigen Kraft längs eines Bahnelementes; er soll ein *Maximum*, aber nicht gleich *Null* sein.<sup>1)</sup> Es fehlt also die eigentliche Formulierung des Ostwaldschen Prinzips; die vorstehende Bedingungsgleichung stimmt mit demselben nicht überein und es können daher auch die Folgerungen daraus zur Beurteilung des Prinzips nicht verwendet werden.

In meinem Buche fanden analytische Entwicklungen keine Anwendung; es lag mir deshalb auch fern, durch analytische

1) In der Form

$$d\left(\frac{1}{2} m v^2\right) = m v \left(\frac{dv}{ds}\right) ds + m v \left(\frac{dv}{dn}\right) dn = \text{Maximum}$$

stimmt derselbe mit der obigen Darstellung des Energieumsatzes genau überein.

Behandlung des vorstehenden Ausdruckes das Ostwaldsche Prinzip zu bestätigen. Wie oben angedeutet wurde, habe ich den Energieumsatz bewirkt gedacht durch die Arbeit der *Resultierenden* aus der Zentralkraft, Fliehkraft und in einem besonderen Falle auch der Elastizität und diese Arbeit ist eine *Maximalleistung*; somit wird auch dem Ostwaldschen Prinzipie entsprochen. Vorstehende Skizze soll die betreffenden Anschauungen eingehender erläutern.

(Eingegangen 27. Februar 1903.)

ung.  
sche  
ich  
der  
nem  
ist  
ben  
den